

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДОКУМЕНТОВ В ХОДЕ ЭКСПЕРТНОГО АНАЛИЗА

THE TASK OF OPTIMAL DISTRIBUTION OF DOCUMENTS DURING EXPERT ANALYSIS

Филатов И.Н., д-р техн. наук, главный научный сотрудник АНО «Квалитет» (Москва, Россия)

Кузьминский И.В., аспирант, ФГБУ «Институт стандартизации» (Москва, Россия)

Статья посвящена решению задачи оптимального распределения документов между экспертами с учетом их квалификации, а также с учетом трудоемкости работ по экспертизе документа, что приведет к повышению производительности труда специалистов.

Постановка задачи (минимизация суммарной трудоемкости при ограничениях) относится к классу целочисленного линейного программирования.

В статье рассмотрена адаптация классического венгерского алгоритма в условиях повышенной размерности и многокритериальности, а также дополнительных ограничений, с которыми «решатели» стандартного офисного программного обеспечения не справляются напрямую.

Предложен расчетно-экспериментальный двухэтапный подход, включающий этап формирования эталонного плана путем выбора минимальных значений для столбцов и этап оптимизации, основанный на выборе подматрицы, содержащей перспективные варианты, и решении задачи назначения.

Такое сочетание эвристических процедур и точных методов уменьшения размерности представляет собой новое инженерное решение для задач такого класса.

Ключевые слова: целочисленное линейное программирование, оптимальное распределение документов, минимизация суммарной трудоемкости, венгерский алгоритм.

Для цитирования: Филатов И.Н., Кузьминский И.В. Задача оптимального распределения документов в ходе экспертного анализа // Информационно-экономические аспекты стандартизации и технического регулирования. 2026. № 4(91). С. 57–66.

Filatov I.N., Doctor of Technical Sciences, Chief Researcher at the Qualitet ANO (Moscow, Russia)

Kuzminsky I.V., postgraduate student, Russian Standardization Institute (Moscow, Russia)

The article is devoted to solving the problem of optimal distribution of documents between experts, taking into account their qualifications, as well as taking into account the complexity of work on the examination of the document, which will lead to an increase in the productivity of specialists.

The problem statement (minimizing the total complexity under constraints) belongs to the class of integer linear programming.

The article considers the adaptation of the classical Hungarian algorithm in conditions of increased dimensionality and multi-criteria, as well as additional limitations that the «solvers» of standard office software cannot cope with directly.

A computational and experimental two-stage approach is proposed, including the stage of forming a reference plan by selecting minimum values for columns and the optimization stage based on the selection of a submatrix containing promising options and solving the assignment problem.

This combination of heuristic procedures and precise methods for reducing dimensionality represents a new engineering solution for problems of this class.

Keywords: integer linear programming, optimal document distribution, minimization of total labor intensity, Hungarian algorithm.

For citation: Filatov I.N., Kuzminsky I.V. The Task of Optimal Distribution of Documents During Expert Analysis. Information and economic aspects of standardization and technical regulation. 2026, no. 4(91), pp. 57–66. (In Russ.).

ВВЕДЕНИЕ

В организациях, где ежегодный поток документов на экспертизу исчисляется сотнями, а каждый документ имеет различный объем и тематическую принадлежность, ручное распределение становится узким местом: оно медленное, подвержено ошибкам и часто ведет к перекосу нагрузки.

В работах по экспертизе документов перед распределением документов по экспертам необходимо в первую очередь провести оценку трудоемкости экспертизы каждого конкретного документа («сложности» документа). Действительно, время, требуемое, например, на экспертизу стандарта на «общие технические условия», несоиз-

меримо больше времени, затрачиваемого на экспертизу стандарта на «маркировку».

Во вторую очередь необходимо адекватно оценить возможности эксперта. Воспользовавшись уже приведенным примером, отметим, что работы по экспертизе стандарта на «маркировку» может выполнить специалист сравнительно невысокой квалификации, но работы по экспертизе стандарта на «общие технические условия» требует глубокого знания не только предметной области, но и достаточно высокой квалификации в смежных областях — системе разработки и постановки продукции на производство, единой системе технологической доку-

ментации, единой системе конструкторской документации, метрологии и др.

В-третьих, необходимо учитывать и «литерность» документа.

Так, при привлечении экспертов федеральными органами исполнительной власти при осуществлении отдельных полномочий определенные документы не может рассматривать эксперт, который не аттестован в данной области¹.

Сама постановка задачи (минимизация суммарной трудоемкости при ограничениях) относится к классу целочисленного линейного программирования и известна.

Возможные методы решения поставленной задачи приведены в табл. 1.

Анализ математических методов [1–9], применение которых способствует получению рациональных решений поставленной задачи, показал, что ни один из рассмотренных методов не способен реализовать процесс решения в полном объеме без использования специальных вычислительных машин.

Исходя из результатов анализа методов, представленных в табл. 1, оптимальным является выбор венгерского алгоритма (частного случая симплекс-метода) в качестве базового и понимание необходимости его адаптации под условия поставленной задачи, а именно:

Таблица 1

Методы решения

№	Название метода	Сущность	Достоинства/недостатки	Источник
1.	Полный перебор	Получение численных значений решения путем подстановки в модель всех возможных комбинаций значений входных параметров	Математически нереализуем за разумное время из-за экспоненциального нарастания количества решений с ростом размерности задачи	[1]
2.	Монте-Карло Генетический алгоритм Метод случайного блуждания	Методы оптимизации на основе статистического моделирования процесса функционирования группы объектов Наивный подход, быстро приводящий к оптимальному решению при наличии (созданию) решающего правила, позволяющего отделять перспективные варианты от тупиковых	Существенно зависит от исходной точки Не обеспечивает гарантированного нахождения оптимального решения	[2-4]
3.	Симплекс-метод Метод Мака Венгерский алгоритм	Эквивалентные преобразования матрицы затрат (связности) с целью получения базисного решения, после чего направленный перебор решений с целью их улучшения	Нагляден, прост для решения «вручную» при малом количестве вариантов Возможно решение для матрицы связности размерностью до 25x5	[5, 6]
4.	Метод ближайших К соседей	Направление следующего шага определяется по минимальной сумме расстояний до ближайших К соседей	Направление следующего шага определяется по минимальной сумме расстояний до ближайших К соседей.	[7]
5.	Метод коммивояжера	Выйдя из стартовой вершины, посетить каждую вершину графа ровно один раз и вернуться в начальную по кратчайшему пути	Выйдя из стартовой вершины, посетить каждую вершину графа ровно один раз и вернуться в начальную по кратчайшему пути	[8]
6.	Алгоритмы задачи о ранце	Оптимизация номенклатуры и количества целочисленных объектов в условиях ограничений	Оптимизация номенклатуры и количества целочисленных объектов в условиях ограничений	[9]

большая размерность задачи затрудняет применение стандартных процедур компьютерной оптимизации для стандартного офисного программного обеспечения;

наличие организационных ограничений, связанных со спецификой организации.

Целью исследования является разработка алгоритма по оптимальному распределению документов между экспер-

¹ Федеральный закон от 28.12.2013 № 412-ФЗ «Об аккредитации в национальной системе аккредитации» // Собрание законодательства РФ. 2013. № 52 (Часть I). Ст. 6997.

тами с учетом их квалификации и ограничений (допуск к литературным документам, минимальное количество задач на эксперта), а также с учетом трудоемкости экспертизы конкретного документа для стандартного офисного программного обеспечения.

ВЕРБАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

В организации работает некоторое, заранее известное, количество экспертов $x_i, i = 1, 2, \dots, N1$, отличающихся своей квалификацией, которая характеризуется следующими параметрами (поправочными коэффициентами), представленными в табл. 2.

Таблица 2

Градации уровней квалификации экспертов

Уровень	Описание уровня	Примечание
K1	Базовая квалификация	K1 от 0.6 до 1*
K2	Степень участия эксперта в предварительных работах по документу	если принимал, то K2 = 0,8*, если нет, то K2 = 1*.
K3	Допуск к литературным документам	K3=0*, не аттестован в данной области, K3=1*, аттестован в данной области
K4	Опыт работы с аналогичным видом документа	K4 от 0,6 до 0.8* имеет опыт работы с аналогичным документом, K4=1* не имеет опыта работы с аналогичным документом

* Численные значения приведены для конкретных экспертов ФГБУ «Институт стандартизации»

Им поставлена задача провести экспертизу определенного, заранее известного, количества документов $uj, j = 1, 2, \dots, N2$, отличающихся своими характеристиками, систематизированными в табл. 3.

Таблица 3

Градации характеристик документов

Уровень	Описание уровня	Примечание
L1	Трудоемкость документа (количество страниц, сложности предметной области и т.д.)	—
L2	Был ли предварительно документ у эксперта	Да/Нет
L3	Литерность	Да/Нет
L4	Вид документа	Да/Нет

Необходимо распределить документы между экспертами по определенному решающему правилу так, чтобы оптимизировать некоторый функционал при условии соблюдения заданных ограничений.

В организации установлены следующие дополнительные ограничения:

- с документом работает только один эксперт;
 - некоторая часть экспертов не имеет аттестации по некоторым документам (ограничение по документам);
 - каждый эксперт в целях повышения своей квалификации проводит экспертизу заданного руководителем минимального количества контролируемых документов (ограничение снизу);
 - все эксперты полностью работоспособны на всем промежутке времени проведения работ;
 - рост квалификации эксперта в процессе выполнения работы не учитывается;
 - решение задачи проводят с применением стандартных офисных программ и сред вычислений;
 - возможны и дополнительные ограничения, например на максимальное и минимальное значения величины трудозатрат каждого эксперта, на максимальное количество документов у каждого эксперта, максимальное время работы группы экспертов и др.
- Для сокращения размерности и сложности решаемой задачи примем следующие допущения и ограничения:
- решение задачи осуществляется поэтапно, результат решения задачи на каждом этапе и последующее продолжение согласуются с лицом, принимающим решение;
 - время работы (суммарная трудоемкость) измеряется в условных единицах.

Останов процесса:

этапа № 1 – найдено оптимальное решение по нахождению опорного плана (сумма минимальных трудозатрат без ограничений);

этапа № 2 – выполнены все ограничения, и полученное значение трудоемкости выполнения работ группой экспертов соответствует постановке задачи.

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ В ТЕРМИНАХ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Введем понятие трудоемкости документа A_{ij} , под которой в работе будем понимать временные затраты, выраженные в условных единицах, i -го эксперта на экспертизу j -го документа.

Поскольку база данных, включающая в себя всю необходимую информацию об экспертах и документах, известна,

можно вычислить трудоемкость для каждого элементарно возможного варианта распределения документа по каждому эксперту и представить исходные данные задачи в виде матрицы связности, представленной в табл. 4.

Введем понятие индикатора выполнения работ, под которым будем понимать параметр c_{ij} , такой, что:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й эксперт работает с } j\text{-м документом;} \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases} \quad (1)$$

Введем условие «один документ – один эксперт» в виде:

$$\sum_{i=1}^{N_1} c_{ij} = 1. \quad (2)$$

Введем понятие объем работы (трудозатраты) i -го эксперта A_i , под которым будем понимать значение выражения:

$$A_i = \sum_{j=1}^{N_2} c_{ij} \cdot A_{ij}. \quad (3)$$

Введем в рассмотрение общий объем работы группы экспертов:

$$A = \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} c_{ij} \cdot A_{ij}. \quad (4)$$

Тогда математическая формулировка целевой функции, минимизирующей суммарные трудозатраты группы экспертов, имеет вид, %

$$A = \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} c_{ij} \cdot A_{ij} \rightarrow \min. \quad (5)$$

При условии минимального количества документов на экспертизу 1 экспертом:

$$\sum_{j=1}^{N_2} c_{ij} \geq N_3, \quad (6)$$

где N_3 – минимальное количество документов, обрабатываемых каждым экспертом.

Например, ФГБУ «Институт стандартизации» в 2023 году провел экспертизу 100 документов по стандартизации оборонной продукции, при этом было привлечено 8 экспертов с минимальным распределением – не менее двух документов (в рамках рассматриваемой задачи: $N_1 = 8$; $N_2 = 100$; $N_3 = 2$). Матрица трудоемкости приведена на рис. 1.

Блок-схема алгоритма представлена на рис. 2.

Таблица 4

Матрица связности

		ДОКУМЕНТЫ						
		y_1	y_2	...	y_j	...	$y_{(N_2-1)}$	y_{N_2}
Э К С П Е Р Т Ы	x_1	A_{11}	A_{12}	...	A_{1j}	...	$A_{1(N_2-1)}$	A_{1N_2}
	x_2	A_{21}	A_{22}	...	A_{2j}	...	A_{2j}	A_{ij}
	...	...	...	...	...	...	...	...
	x_i	A_{i1}	A_{i2}	...	A_{ij}	...	...	...
	...	...	...	...	...	...	...	...
	x_{N_1-1}	$A_{(N_1-1)1}$	$A_{(N_1-1)2}$	...	$A_{(N_1-1)j}$	...	$A_{(N_1-1)(N_2-1)}$	$A_{(N_1-1)N_2}$
	x_{N_1}	A_{N_11}	A_{N_12}	...	A_{N_1j}	...	$A_{N_1(N_2-1)}$	$A_{N_1N_2}$

1	2	3	4	5	6	7	8
МАТРИЦА ТРУДОЕМКОСТИ							
0,2	0,17778	0,12	0,18286	0,13714	0,18286	266,667	160
0,14112	0,12544	0,1323	0,16128	0,16128	0,16128	188,16	141,12
0,2	0,13333	0,15	0,22857	0,28571	0,28571	200	200
0,07616	0,08462	0,0952	0,136	0,0816	0,102	0,0952	0,12693
0,544	0,36267	0,544	0,77714	0,77714	0,77714	0,544	0,544
0,476	0,52889	0,357	0,544	0,85	0,544	0,79333	0,476
0,0457	0,06347	0,05712	0,0816	0,06528	0,0816	0,05712	0,05712
0,02513	0,02793	0,03927	0,04488	0,0359	0,04488	0,03142	0,03142
0,20944	0,23271	0,2618	0,4675	0,374	0,374	0,2618	0,2618
0,19992	0,29618	0,4165	0,357	0,476	0,2856	0,3332	0,44427
0,13709	0,15232	0,2856	0,19584	0,19584	0,19584	0,22848	0,3808
0,102	0,09067	0,17	0,11657	0,19429	0,11657	0,136	0,22667
0,136	0,15111	0,102	0,15543	0,11657	0,15543	0,28333	0,136
0,1428	0,12693	0,1071	0,1632	0,204	0,1632	0,1904	0,1428
0,17	0,11333	0,1275	0,19429	0,19429	0,30357	0,17	0,17
0,06397	0,07108	0,07997	0,1428	0,06854	0,06854	0,07997	0,10662
0,41888	0,27925	0,41888	0,47872	0,748	0,5984	0,41888	0,41888
0,36652	0,50906	0,27489	0,41888	0,5236	0,41888	0,61087	0,36652
0,0544	0,06044	0,085	0,09714	0,07771	0,09714	0,068	0,068
0,02742	0,03046	0,03427	0,0612	0,03917	0,04896	0,03427	0,03427
0,25024	0,27804	0,3128	0,55857	0,44686	0,44686	0,3128	0,3128
0,18393	0,27248	0,38318	0,26275	0,43792	0,26275	0,30654	0,51091
0,14076	0,12512	0,2346	0,16087	0,16087	0,16087	0,18768	0,25024
0,0563	0,06256	0,1173	0,08043	0,13406	0,08043	0,1173	0,1564
0,09384	0,10427	0,07038	0,10725	0,10054	0,10725	0,1564	0,09384
0,09853	0,08758	0,0739	0,11261	0,11261	0,14076	0,13138	0,09853
0,1173	0,0782	0,08798	0,16757	0,13406	0,16757	0,1173	0,1173
0,05255	0,05839	0,06569	0,09384	0,07038	0,0563	0,06569	0,08758
0,544	0,45333	0,544	0,62171	0,77714	0,77714	0,544	0,544

Рис. 1. Матрица трудоемкости ФГБУ «Институт стандартизации» (фрагмент)

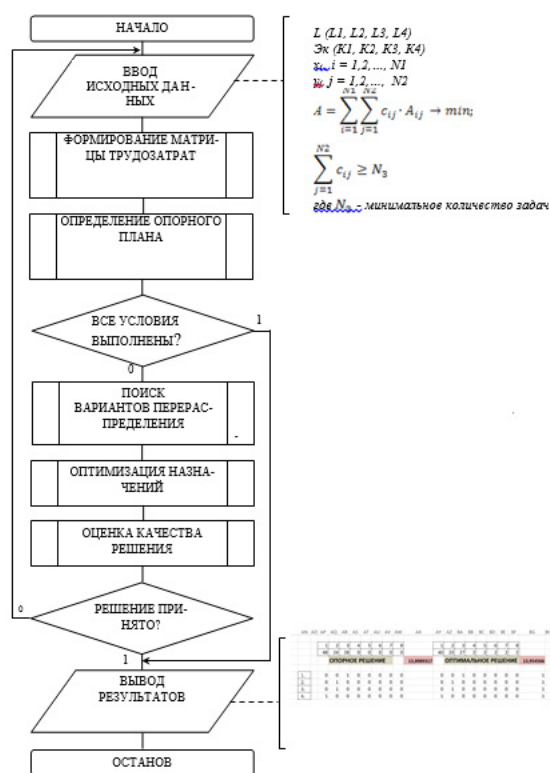


Рис. 2. Блок-схема

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Для разработки алгоритма решения задачи требуемой размерности (8x100) первоначально был проведен поиск рациональных решений в максимально возможной для математического процессора Microsoft Excel размерности, чтобы потом на их основе сформировать алгоритм поиска рационального решения для задачи требуемой размерности на основе выявленных закономерностей.

Для проведения вычислительных экспериментов был сформирован комплексный генератор псевдослучайных величин, учитывающий особенности оценивания трудоемкости A_{ij} (трудозатрат i -го эксперта на обработку j -го документа), а именно:

отличия в опыте и квалификации экспертов;

опыт разработки основных типов документов;

особенности и объем рассматриваемых документов и др., причем для повышения наглядности процедур выбрана целочисленная форма натуральных значений.

Первое выражение (случайное число) характеризует возрастающую (с интервалом 10 и нарастанием 6) сложность рассматриваемого документа, а второе – повышающийся уровень квалификации экспертов.

В результате матрица трудозатрат (связности) имеет вид, представленный на рис. 3.

В первой строке находятся значения трудозатрат для самого опытного эксперта, а в нижней – новичка.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH																												
1	ГЕНЕРАТОР ТРУДОЕМКОСТИ																																																													
2																																																														
3																																																														
4	ГРАНИЦЫ					150	156	162	168	174	180	186	192	198	204	210	216	222	228	234	240	246	252	258	264	270	276	282	288	294					СЛОЖНОСТЬ																											
5	СЛОЖНОСТИ					200	206	212	218	224	230	236	242	248	254	260	266	272	278	284	290	296	302	308	314	320	326	332	338	344					ДОКУМЕНТАЦИЯ																											
6																																																														
7																																																														
8						1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25																																
9	ОПЫТ	30	40		1	153	163	148	183	169	148	184	177	189	185	219	205	219	192	212	228	222	231	242	254	272	255	246	284	257																																
10		20	30		2	157	156	151	150	173	166	192	187	208	215	210	239	215	222	230	245	257	269	274	273	251	283	300	309	314																																
11		10	20		3	176	144	149	206	180	179	170	208	184	212	216	214	224	257	218	248	275	281	260	293	279	298	280	293	288																																
12		0	10		4	180	188	152	179	185	194	211	191	221	207	201	242	226	223	278	274	284	268	286	265	297	319	298	335	286																																
13	НЕТ	-10	0		5	185	193	191	179	207	217	229	214	235	252	228	268	258	244	279	296	264	289	294	300	306	287	297	337	303																																

Рис. 3. Матрица трудозатрат

В первом столбце находятся трудозатраты по экспертизе документа с минимальной трудоемкостью, в последнем – с максимальной трудоемкостью.

В результате эксперимента установлено, что устойчивый результат решения оптимизационной задачи достигается при максимальном размере матрицы 25x5. Аналогичная задача была поставлена и решена в среде вычислений Mathcad.

В результате эксперимента получен результат, характеризующий максимальным количеством ячеек матрицы трудозатрат, не превышающим 150 (7x21; 6x24; 5x30; 4x36).

В ходе второго вычислительного эксперимента исследовалась зависимость минимального значения трудоемко-

сти объема работ от ограничений на максимальное количество задач, выполняемых одним экспертом.

Для этого решалась задача о назначениях при ограничениях на максимально возможное количество задач одного эксперта. Сводные результаты представлены в табл. 5 (методика решения задачи о назначении в Microsoft Excel – [10]).

Однако варианты, представленные в последних трех колонках (табл. 5), хотя и обеспечивают меньшие значения трудоемкости, не жизнеспособны, поскольку ни одно лицо, принимающее решение, не будет способствовать ситуации, когда эксперт не используется по целевому назначению и не получает вследствие этого необходимый ему опыт.

Таблица 5

Результаты второго вычислительного эксперимента

Ограничение	Варианты условий решения				
	$\sum c_{ij} = 5$	$\sum c_{ij} \leq 6$	$\sum c_{ij} \leq 8$	$\sum c_{ij} \leq 10$	$\sum c_{ij} \leq 12$
Эксперт № 1	5	6	8	10	12
Эксперт № 2	5	6	8	6	5
Эксперт № 3	5	6	7	7	7
Эксперт № 4	5	6	2	2	1
Эксперт № 5	5	1	0	0	0
Минимальная суммарная трудоемкость	5409	5284	5212	5177	5156

Для этого были изменены условия эксперимента – были введены ограничения минимального количества документов для одного эксперта. В результате получили величины, представленные в табл. 6.

Близость численных значений результатов оптимизации позволяет ввести термин «семейство рациональных решений», под которым в работе будет пониматься совокупность решений задач оптимизации, незначительно отличающихся между собой.

В ходе третьего вычислительного эксперимента исследовалась возможность введения ограничений на «литерные» документы, для чего некоторая часть значений матрицы трудозатрат, выделенная желтым цветом, была заменена на число, превышающее любое из таблицы, например 1000 (см. рис. 4). Две нижние таблицы рис. 4 характеризуют возможность использования данного подхода для решения оптимизационной задачи в целом (методика решения задачи о назначении в Microsoft Excel – [10]).

Данные показывают возможность ограничения возможностей неаттестованных экспертов для двух крайних ограничений:

первый срез – 16-3-2-2-2 – не менее двух задач (суммарные трудозатраты – 5250);

второй срез – 6-6-6-6-1 – не менее одной задачи (суммарные трудозатраты – 5412).

При обоих оптимальных решениях в желтом секторе, характеризующем зону запрета, нет 1 (единиц).

В ходе четвертого вычислительного эксперимента проведен поиск процедур, позволяющих решить задачу нахождения опорного плана, учитывающих ограниченность стандартных программных продуктов при высокой размерности исходных данных, в процессе которого было установлено:

любые процедуры вероятностного подбора результатов, а также выполнения условия равенства количества задач у исполнителей приводят к ухудшению результатов до 50% от значений семейства рациональных решений;

попытки многократного решения стандартной задачи о назначениях (5 раз для матрицы 5x5) даже при дополнительном ранжировании по разным условиям и результатам дополнительных вычислительных процедур (расчете сред-

Таблица 6

Результаты третьего вычислительного эксперимента

Ограничение	Варианты условий решения			
	$1 \leq \sum c_{ij} \leq 8$	$2 \leq \sum c_{ij} \leq 8$	$1 \leq \sum c_{ij} \leq 10$	$2 \leq \sum c_{ij} \leq 10$
Эксперт № 1	8	8	10	10
Эксперт № 2	7	6	6	4
Эксперт № 3	7	7	7	7
Эксперт № 4	2	2	1	2
Эксперт № 5	1	2	1	2
Минимальная суммарная трудоемкость	5226	5251	5198	5227

них, размаха, квартилей и др. для строк-столбцов-квадратов) приводят к аналогичному результату.

Это позволяет сделать вывод о нецелесообразности использования стандартных процедур решения задачи о назначениях в формате 25x5 при 6 повторах для получения результата для матрицы 150x5.

Совместный анализ результатов решения оптимизационной задачи о назначениях для фиксированных значений матрицы связности 25x5 и различных эквивалентных преобразований матрицы затрат (связности) с целью получения базисного решения, проведенный для трех раз-

личных матриц связности и отраженный в табл. 7, привел к следующим выводам:

– метод 1, преобразующий исходную матрицу последовательным вычитанием минимального значения каждой строки из элементов рассматриваемой строки с последующим вычитанием минимального значения каждого столбца из элементов рассматриваемого столбца. Элементом оптимального решения является значение исходной матрицы, соответствующее нулевому значению полученной матрицы. В случае нескольких нулевых значений в рассматриваемом столбце выбирается минимальное соответствующее значение данного столбца в исходной матрице.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC
1																													
2		153	163	148	183	169	148	184	177	189	185	219	205	219	192	212	228	222	231	242	254	272	255	246	284	257			5412
3		157	156	151	150	173	166	192	187	208	215	210	239	215	222	230	245	257	269	274	273	251	283	300	309	314			
4		1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	216	214	224	257	218	248	275	281	260	293	279	298	280	293	288			
5		1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	201	242	226	223	278	274	284	268	286	265	297	319	298	335	286			
6		1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	228	268	258	244	279	296	264	289	294	300	306	287	297	337	303			
7																													
8		0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6		
9		1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	6		
10		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	6		
11		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	6		
12		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1		
13		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
14																													
15	16	153	0	148	0	169	148	184	177	189	185	0	0	0	192	0	228	222	231	242	0	0	0	246	284	257		3255	
16	3	0	156	0	150	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	251	0	0	0	0		557	
17	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	214	0	0	218	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		432	
18	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	226	0	0	0	0	0	0	265	0	0	0	0	0		491	
19	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	228	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	287	0	0	0		515	
20																												5250	
21																													
22	6	0	0	0	0	0	148	184	177	189	185	0	0	0	0	0	222	0	0	0	0	0	0	0	0	0		1105	
23	6	157	156	151	150	173	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	251	0	0	0	0		1038	
24	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	214	0	0	218	248	0	0	260	0	0	0	280	293	0		1513	
25	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	201	0	226	223	0	0	268	0	265	0	0	0	0	286		1469	
26	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	287	0	0	0		287	
27																												Активация W/5412/s	

Рис. 4. Результаты третьего вычислительного эксперимента

Таблица 7

Результаты четвертого вычислительного эксперимента

Эксперимент 4.1										
	Метод 1		Метод 2		Метод 3		Метод 4		Метод 5	
№ эксперта	$\sum_{j=1}^{N2} c_{ij}$	A_i	$\sum_{j=1}^{N2} c_{ij}$	A_i	$\sum_{j=1}^{N2} c_{ij}$	A_i	$\sum_{j=1}^{N2} c_{ij}$	A_i	$\sum_{j=1}^{N2} c_{ij}$	A_i
1	12	2814	11	2571	10	2294	12	2814	11	2571
2	7	1305	10	1821	10	1913	8	1445	11	2036
3	2	448	4	826	5	1026	3	593	3	611
4	2	367	0	0	0	0	1	216	0	0
5	2	324	0	0	0	0	1	165	0	0
Сумма	25	5258	25	5218	25	5233	25	5233	25	5218
Эксперимент 4.2										
	Метод 1		Метод 2		Метод 3		Метод 4		Метод 5	
№ эксперта	$\sum_{j=1}^{N2} c_{ij}$	A_i	$\sum_{j=1}^{N2} c_{ij}$	A_i	$\sum_{j=1}^{N2} c_{ij}$	A_i	$\sum_{j=1}^{N2} c_{ij}$	A_i	$\sum_{j=1}^{N2} c_{ij}$	A_i
1	10	1987	13	2701	13	2701	13	2701	13	2701
2	9	1921	8	1672	8	1672	8	1672	8	1672
3	2	314	4	791	4	791	2	314	4	791
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	4	1045	0	0	0	0	2	520	0	0
Сумма	25	5267	25	5164	25	5164	25	5207	25	5164
Эксперимент 4.3										
	Метод 1		Метод 2		Метод 3		Метод 4		Метод 5	
№ эксперта	$\sum_{j=1}^{N2} c_{ij}$	A_i	$\sum_{j=1}^{N2} c_{ij}$	A_i	$\sum_{j=1}^{N2} c_{ij}$	A_i	$\sum_{j=1}^{N2} c_{ij}$	A_i	$\sum_{j=1}^{N2} c_{ij}$	A_i
1	3	468	13	2471	13	2471	8	1465	13	2471
2	4	759	6	1213	6	1213	5	1018	6	1213
3	12	2672	3	748	3	748	7	1516	3	748
4	5	1335	3	812	3	812	5	1292	3	812
5	1	219	0	0	0	0	0	0	0	0
Сумма	25	5453	25	5244	25	5244	25	5291	25	5244

– метод 2, преобразующий исходную матрицу последовательным вычитанием минимального значения каждого столбца из элементов рассматриваемого столбца с последующим вычитанием минимального значения каждой строки из элементов рассматриваемой строки. Элементом оптимального решения является значение исходной матрицы, соответствующее нулевому значению получен-

ной матрицы. В случае нескольких нулевых значений в рассматриваемом столбце, выбирается минимальное соответствующее значение данного столбца в исходной матрице.

– метод 3, определяющий оптимальное решение задачи о назначениях в математическом процессоре Microsoft Excel без введения ограничений на максимальное и минималь-

ное количество документов каждому эксперту. В этом случае получается минимальное решение, обладающее существенным дисбалансом между экспертами.

– метод 4, являющийся продолжением методов 1 и 2 и объединяющий их результаты путем суммирования соответствующих ячеек результирующих матриц. Элементом оптимального решения является значение исходной матрицы, соответствующее нулевому значению полученной матрицы. В случае нескольких нулевых значений в рассматриваемом столбце выбирается минимальное соответствующее значение данного столбца в исходной матрице.

– метод 5, возникший из оценки результатов реализации методов 1 и 2 и определяющий оптимальное решение задачи о назначениях по минимальным значениям каждого столбца.

Анализ полученных результатов показывает, что оптимальным методом из рассмотренных является метод 5, обеспечивающий гарантированный минимальный опорный план.

Таким образом, решение задачи нахождения абсолютно минимального значения трудоемкости работы группы экспертов заключается в определении минимального значения трудоемкости выполнения работы по каждому стандарту и объединении их в матрицу назначений. Недостатком данного решения является возможное отсутствие задач у низкоквалифицированных экспертов, что подтверждают результаты табл. 7, выделенные цветом.

Вследствие этого возникает вторая задача оптимизации – перераспределения задач экспертам, обеспечивающая минимальный прирост суммарной трудоемкости.

В ходе пятого вычислительного эксперимента исследовалась возможность перераспределения задач экспертам, обеспечивающая минимальный прирост суммарной трудоемкости. Сущность эксперимента заключалась в определении процедур, способствующих получению искомого результата. На примере простейшего случая оптимизации для исходных данных эксперимента 4.3, когда были найдены решения для ситуации без ограничений ($\sum_{j=1}^{N_2} c_{ij}$ – любое) на минимальное количество задач (сум-

марные трудозатраты – 5244) и с ограничением $\sum_{j=1}^{N_2} c_{ij} \geq 2$ (суммарные трудозатраты – 5271).

Для оптимального перераспределения задач между экспертами после нахождения оптимального опорного решения (без ограничений) необходимо представить его в виде одной строки, а ниже записать значения строки трудоемкостей эксперта, которому будет передано определенное количество «чужих» задач, которые определяются минимумом разницы зафиксированных значений.

В ходе шестого вычислительного эксперимента исследовалась работоспособность предложенной методики в целом. Эксперимент осуществлен в следующей последовательности.

На первом этапе были систематизированы исходные данные и сформирована матрица трудоемкости по реальным данным (8×100, см. рис. 1.).

На втором этапе была рассчитана нижняя граница назначения как сумма минимальных значений строк.

На третьем этапе реализована процедура перераспределения задач.

Перераспределение задач основано на процедуре определения минимального значения каждой строки на каждом шаге.

После решения задачи о назначениях изменения внесены в опорное решение. Основные результаты представлены на рис. 5.

Приращение трудозатрат относительно опорного варианта составило 0,425778%, поэтому именно данная методика и была реализована в качестве программного продукта в ФГБУ «Институт стандартизации».

Полученный алгоритм, в отличие от традиционного решения задачи о назначениях, позволяет решать задачу оптимизации, учитывающую более широкую размерность (масштабность), возможность реализации запрета к определенному типу документов отдельным экспертам и др.

Кроме того, простота его реализации позволяет повторить решение как в математическом процессоре Microsoft

№ эксперта	1	2	3	4	5	6	7	8		1	2	3	4	5	6	7	8		
Документы	48	24	28	0	0	0	0	0		40	23	27	2	2	2	2	2	%	
ОПОРНОЕ РЕШЕНИЕ									13,8989317	ОПТИМАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ								13,9581103	0,425778
1.	0	0	1	0	0	0	0	0		0	0	1	0	0	0	0	0		
2.	0	1	0	0	0	0	0	0		0	1	0	0	0	0	0	0		
3.	0	1	0	0	0	0	0	0		0	1	0	0	0	0	0	0		
4.	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0	0	0	0	0	0	0		
5.	0	1	0	0	0	0	0	0		0	1	0	0	0	0	0	0		
6.	0	0	1	0	0	0	0	0		0	0	1	0	0	0	0	0		
7.	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0	0	0	0	0	0	0		

Рис. 5. Результат итогового решения (фрагмент)

Excel, так и в среде вычислений Mathcad (и других пакетах прикладных программ).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленная работа посвящена решению задачи оптимального распределения документов между экспертами с учетом их квалификации и ограничений (допуск к литературным документам, минимальное количество задач на эксперта).

Разработан расчетно-экспериментальный алгоритм, позволяющий решить оптимизационную задачу по распределению заданного количества документов с известными характеристиками между экспертами определенной квалификации.

Предложен расчетно-экспериментальный двухэтапный подход:

1) формирование опорного плана путем выбора минимальных значений по столбцам (метод 5);

2) последующая оптимизация за счет выделения подматрицы, содержащей перспективные варианты, и решения задачи о назначениях для нее.

Такая комбинация эвристических процедур и точных методов для снижения размерности представляет собой новое инженерное решение.

Задача востребована в организациях, занимающихся экспертизой большого числа документов с учетом разных уровней трудоемкости экспертизы и квалификации сотрудников.

Предложенный алгоритм реализован в среде Microsoft Excel, что делает его доступным для широкого круга пользователей без необходимости приобретения специализированного программного обеспечения.

Методика позволяет лицу, принимающему решение, гибко задавать минимальное количество задач на эксперта (например, 2, 3 и т.д.), что повышает ее применимость в различных организационных условиях.

Результаты могут быть использованы для создания системы поддержки принятия решений в кадровом и проектом менеджменте.

Список литературы

1. Стивенс Р. Алгоритмы. Теория и практическое применение. – М.: Издательство «Э», 2016. – 544 с.
2. Ермаков С.М. Метод Монте-Карло и смежные вопросы. – М.: Наука, 1975. – 473 с.
3. Бураков М. В. Генетический алгоритм: теория и практика: учеб. пособие. – СПб.: ГУАП, 2008. – 164 с.
4. Орлов Ю.Н., Федоров С.Л. Методы численного моделирования процессов нестационарного случайного блуждания: учебное пособие. – М.: МФТИ, 2016. – 110 с.
5. Зыкина А.В. Методы оптимизации: конспект лекций. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2007. – 36 с.
6. Жигалова Е.Ф. Дискретная математика. Учебное методическое пособие для проведения практических занятий и лабораторных работ. – Томск: 2014г. – 127 с.
7. Айвазян С. А., Бухштабер В. М., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика: классификация и снижение размерности. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 606 с.
8. Тяхтина А.А. Методы дискретной оптимизации: Часть 1: Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2014. – 62 с.
9. Сигал И.Х. Задача о рюкзаке: теория и вычислительные алгоритмы. – М.: МИИТ, 2000. – 72 с.
10. Helpiks – URL: <https://helpiks.org/5-107285.html?ysclid=mpuupxii8h5741633> (дата обращения: 30.04.2026 г.).

References

1. Stevens R. Algoritmy. Teoriya i prakticheskoe primeneniye. Moscow: Izdatel'stvo «E», 2016, 544 p.
2. Ermakov S.M. Metod Monte-Karlo i smezhnye voprosy. Moscow: Nauka, 1975. 473 p.
3. Burakov M. V. Geneticheskij algoritm: teoriya i praktika: ucheb. posobie. SPb.: GUAP Publ., 2008. 164 p.
4. Orlov Yu.N., Fedorov S.L. Metody chislennogo modelirovaniya processov nes-tacionarnogo sluchajного bluzhdaniya: uchebnoye posobie. Moscow: MFTI Publ., 2016, 110 p.
5. Zykina A.V. Metody optimizacii: konspekt lekcij. Omsk: Izd-vo OmGTU, 2007, 36 p.
6. Zhigalova E.F. Diskretnaya matematika. Uchebnoye metodicheskoe posobie dlya provedeniya prakticheskikh zanyatij i laboratornyh rabot. Tomsk: 2014, 127 p.
7. Ajvazyan S. A., Buhshtaber V. M., et al. Prikladnaya statistika: klassifikaciya i snizhenie razmernosti. Moscow: Finansy i statistika Publ., 1989, 606 p.
8. Tyuhtina A.A. Metody diskretnoj optimizacii: Part 1: Uchebno-metodicheskoe posobie. Nizhnij Novgorod: Nizhegorodskij gosuniversitet, 2014, 62 p.
9. Sigal I.H. Zadacha o ryukzake: teoriya i vychislitel'nye algoritmy. Moscow: MIIT Publ., 2000, 72 p.
10. Helpiks – URL: <https://helpiks.org/5-107285.html?ysclid=mpuupxii8h5741633> (accessed on April 30, 2026).