

Сухов П.А. Решение задачи выработки оптимального управляющего воздействия при выведении космического аппарата на орбиту в информационном пространстве [Электронный ресурс] // Информационно-экономические аспекты стандартизации и технического регулирования: Научный интернет-журнал. 2012. – № 4(8). Режим доступа http://iea.gostinfo.ru/files/2012_04/2012_04_16.pdf
– 1,6 п.л.

УДК 681.513.6

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ВЫРАБОТКИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЯЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ПРИ ВЫВЕДЕНИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ОРБИТУ В ИНФОРМАЦИОННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Сухов П.А., аспирант ФГУП «СТАНДАРТИНФОРМ»,
e-mail: suhov_petr@mail.ru

В информационном пространстве, основанном на энтропии покрытия, проведено решение оптимизационной задачи выведения космического аппарата на орбиту разгонным блоком. Использование энтропии покрытия в качестве информационной меры позволило решить задачу оптимизации с использованием принципа максимума Понтрягина.

Ключевые слова: энтропия покрытия, оптимальное управление, информационное пространство, принципа максимума Понтрягина, разгонный блок.

УДК 681.513.6

THE SOLUTION OF THE PROBLEM OF DEVELOPMENT OF THE OPTIMAL CONTROL ACTION DURING INSERTION OF THE SPACECRAFT INTO ORBIT IN THE INFORMATION SPACE

Sukhov P.A., post-graduate FGUE «STANDARTINFORM»,
e-mail: suhov_petr@mail.ru

In the information space based covering entropy coating spent solving optimization problems launch spacecraft into orbit booster unit. Using covering entropy as information measures helped to solve the optimization problem using Pontryagin's maximum principle.

Key words: covering entropy, optimum process control, information space, Pontryagin's maximum principle, upper block.

Движение разгонного блока (РБ) формируется системой управления разгонным блоком (СУ РБ) и представляет собой довольно сложный процесс, поскольку оно происходит под действием системы сил, зависящих от параметров движения, свойств среды, в которой совершается полёт, конструкции РБ, его системы управле-

ния и других факторов. Сложность процесса движения затрудняет его изучение в полном объёме. Поэтому при теоретическом исследовании действительный процесс движения представляют математической моделью. Модель движения РБ с космическим аппаратом (КА) описывается определённой системой дифференциальных уравнений, выражающих основные закономерности процесса движения.

Под математической моделью движения (ММД) КА обычно понимают объективную схематизацию действительного движения КА в форме, позволяющей производить необходимые вычисления с требуемой точностью.

ММД включает в себя:

- систему обыкновенных дифференциальных уравнений движения (СДУ);
- систему действующих на РБ в полёте сил и методы учета сил в правых частях уравнения движения;
- метод решения СДУ движения.

Абсолютное движение РБ с КА, используя второй закон Ньютона, описывает дифференциальное уравнение движения в векторной форме в виде [3]:

$$m \cdot \ddot{r} = m \cdot \frac{d^2 r}{dt^2} = F_{\Sigma} \quad (1)$$

где:

\ddot{r} – полное ускорение;

$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ – радиус-вектор;

F_{Σ} – сумма всех сил, действующих на РБ с КА;

t – время, независимая переменная.

При движении на РБ с КА действуют силы различной природы. Это, прежде всего, силы притяжения Земли и других небесных тел, определяемые по закону всемирного тяготения [3]:

$$F_{Tj} = f \cdot \frac{m \cdot M_j}{r_j^2} \quad (2)$$

где:

f – постоянная тяготения;

m – масса РБ с КА;

M_j – масса j -го тела;

r_j – расстояние от РБ с КА до j -го тела.

Обозначим силу притяжения Земли через $F_{ТЗ} = \mu \cdot \frac{m}{r^2}$,

где: $\mu = f \cdot M$ – гравитационный параметр Земли.

Тогда суммарная сила тяготения принимает вид:

$$F_T = F_{ТЗ} + \sum_{j=1}^n F_{Tj} \quad (3)$$

где: n – число рассматриваемых тел.

При движении около Земли в общем случае следует учитывать силу F_1 , вызванную нецентральностью сил тяготения Земли (прежде всего, из-за несферичности и неравномерной плотности Земли) и аэродинамическую силу F_2 , возникающую при движении в плотных слоях атмосферы.

Третий вид сил имеет место в результате работы двигательной установки – сила тяги $F_{ДУ}$. Кроме того, в некоторых случаях могут возникать всякого рода возмущающие силы F_4 , возникающие в результате травления какого-либо газа из отсеков РБ или КА и т.п.

Таким образом, уравнение движения в векторной форме имеет вид:

$$m \cdot \ddot{r} = F_{ТЗ} + \sum_{j=1}^n F_{Tj} + F_1 + F_2 + F_{ДУ} + F_4 \quad (4)$$

Для упрощения математической модели сделаем ряд допущений:

- движение РБ с КА происходит в поле тяготения только одного тела – Земли, силы тяготения всех остальных тел пренебрежительно малы;
- примем Землю как идеальный шар с равномерной плотностью;
- РБ с КА являются материальной точкой, не оказывающей влияния на центральное тело – Землю;
- РБ и КА полностью исправны.

С учетом данных допущений уравнение движения в векторной форме примет

ВИД:

$$m \cdot \ddot{r} = F_{T3} + F_{ДУ} \quad (5)$$

или в проекциях на оси абсолютной геоцентрической системы координат:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{F_{T3x}}{m} + \frac{F_{ДУx}}{m} \\ \ddot{y} = \frac{F_{T3y}}{m} + \frac{F_{ДУy}}{m} \\ \ddot{z} = \frac{F_{T3z}}{m} + \frac{F_{ДУz}}{m} \end{cases} \quad (6)$$

с учётом того, что

$$F_{ДУx} = a_{ДУ} \cdot \cos \theta \cdot \cos \psi \cdot m, F_{ДУy} = a_{ДУ} \cdot \cos \theta \cdot \sin \psi \cdot m, F_{ДУz} = a_{ДУ} \cdot \sin \theta \cdot m,$$

$$F_{T3x} = \mu \cdot \frac{x}{r^3} \cdot m, F_{T3y} = \mu \cdot \frac{y}{r^3} \cdot m, F_{T3z} = \mu \cdot \frac{z}{r^3} \cdot m,$$

и дискретность работы маршевой двигательной установки (МДУ) система уравнений (6) принимает вид:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \mu \cdot \frac{x}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} + \sum_{i=1}^m a_{ДУ} \cdot \cos \theta \cdot \cos \psi \\ \ddot{y} = \mu \cdot \frac{y}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} + \sum_{i=1}^m a_{ДУ} \cdot \cos \theta \cdot \sin \psi \\ \ddot{z} = \mu \cdot \frac{z}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} + \sum_{i=1}^m a_{ДУ} \cdot \sin \theta \end{cases} \quad (7)$$

где:

$a_{ДУ}$ – ускорение, создаваемое МДУ РБ;

θ – направление вектора тяги МДУ по азимуту;

ψ – направление вектора тяги по углу места.

При расчётах манёвра орбитального перехода широкое распространение получил метод импульсной аппроксимации. При импульсной аппроксимации действие силы тяги сводится к скачкообразному изменению скорости полёта без изменения координат КА за время работы двигателя. Это широко используемое в практике расчётов упрощение основано на том, что при использовании термохимических двигателей (жидкостных и твердотопливных ракетных двигателей) время их работы на

активном участке траектории значительно меньше продолжительности пассивных участков переходных орбит. Величина управляющего импульса, прикладываемого к аппарату в космическом пространстве, равна характеристической скорости, требуемой на создание тяги $F_{дв}$ при выполнении манёвра. Уравнение движения КА на малом участке полёта с работающим двигателем имеет вид $m \cdot \frac{dV}{dt} = P$. Решение этого уравнения приводит к формуле К.Э. Циолковского [3]:

$$dV = U_e \ln(1 + Q_m),$$

где:

U_e – эффективная скорость истечения продуктов сгорания из сопла двигателя;

Q_m – относительный запас топлива, равный отношению массы топлива к массе КА без топлива («сухой массе КА»). Как видим, величина характеристической скорости однозначно связана с расходом топлива. В целях его экономии на выполнение манёвра желательно, чтобы управляющий импульс был минимальным. Именно это обстоятельство приводит к широкому использованию допущения об импульсном изменении скорости КА при выполнении манёвра под действием двигателя большой тяги.

С учётом импульсной аппроксимации, интегрируя систему дифференциальных уравнений (7), получаем системы уравнений движения для первого и второго включений МДУ:

а) для первого включения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = \mu \int_{t_0}^{t_1} \frac{x}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} dt + \dot{x}_0 + \Delta V_1 \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \psi_1 \\ \dot{y}_1 = \mu \int_{t_0}^{t_1} \frac{y}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} dt + \dot{y}_0 + \Delta V_1 \cdot \cos \theta_1 \cdot \sin \psi_1 \\ \dot{z}_1 = \mu \int_{t_0}^{t_1} \frac{z}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} dt + \dot{z}_0 + \Delta V_1 \cdot \sin \theta_1 \\ x_1 = \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_1} \frac{x}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} dt dt + \dot{x}_0 \cdot (t_1 - t_0) + x_0 \\ y_1 = \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_1} \frac{y}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} dt dt + \dot{y}_0 \cdot (t_1 - t_0) + y_0 \\ z_1 = \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_1} \frac{z}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} dt dt + \dot{z}_0 \cdot (t_1 - t_0) + z_0 \end{array} \right. \quad (8)$$

б) для второго включения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_2 = \mu \int_{t_0}^{t_2} \frac{x}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} dt + \dot{x}_1 + \Delta V_2 \cdot \cos \theta_2 \cdot \cos \psi_2 \\ \dot{y}_2 = \mu \int_{t_0}^{t_2} \frac{y}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} dt + \dot{y}_1 + \Delta V_2 \cdot \cos \theta_2 \cdot \sin \psi_2 \\ \dot{z}_2 = \mu \int_{t_0}^{t_2} \frac{z}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} dt + \dot{z}_1 + \Delta V_2 \cdot \sin \theta_2 \\ x_2 = \int_{t_0}^{t_2} \int_{t_0}^{t_2} \frac{x}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} dt dt + \dot{x}_1 \cdot (t_2 - t_1) + x_1 \\ y_2 = \int_{t_0}^{t_2} \int_{t_0}^{t_2} \frac{y}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} dt dt + \dot{y}_1 \cdot (t_2 - t_1) + y_1 \\ z_2 = \int_{t_0}^{t_2} \int_{t_0}^{t_2} \frac{z}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} dt dt + \dot{z}_1 \cdot (t_2 - t_1) + z_1 \end{array} \right. \quad (9)$$

где:

t_0 – время отделения РБ с КА от РН;

t_1 – время первого включения МДУ РБ;

t_2 – время второго включения МДУ РБ;

индексы при компонентах вектора состояния РБ $R = (x, \dot{x}, y, \dot{y}, z, \dot{z})^T$:

0 – вектор состояния РБ после отделения от РН;

1 – вектор состояния РБ после первого включения МДУ;

2 – вектор состояния РБ после второго включения МДУ.

Таким образом, решением системы уравнений (7) является кусочно-непрерывная векторная функция скалярного аргумента в непрерывном времени.

В процессе функционирования системы выведения КА РБ совершает двухимпульсный манёвр орбитального перехода с известной начальной (опорной) орбиты на требуемую конечную (целевую), параметры которой и положение КА $R_{КА2} = (i_u, \Omega_u, \omega_u, p_u, e_u, \mathcal{G}_2)^T$ заданы в Кеплеровой системе координат оскулирующими элементами, где:

i – наклонение орбиты;

Ω – долгота восходящего узла;

ω – аргумент перигея;

p – фокальный параметр;

e – эксцентриситет орбиты;

ν – истинная аномалия.

Поэтому в математической модели движения необходимо описать связь вектора состояния РБ в абсолютной геоцентрической системе координат после второго включения МДУ с вектором состояния КА на целевой орбите в Кеплеровой системе координат.

Используя связь координат объекта в абсолютной геоцентрической системе координат с оскулирующими элементами, истинной аномалией ν и радиусом-вектором r [3]:

$$\begin{cases} x = r \cdot [\cos \Omega \cdot \cos(\omega + \mathcal{G}) - \cos i \cdot \sin \Omega \sin(\omega + \mathcal{G})] \\ y = r \cdot [\sin \Omega \cdot \cos(\omega + \mathcal{G}) - \cos i \cdot \cos \Omega \sin(\omega + \mathcal{G})] \\ z = r \cdot \sin i \cdot \sin(\omega + \mathcal{G}) \end{cases} \quad (10)$$

и зависимость радиус-вектора r от фокального параметра p , эксцентриситета e и истинной аномалии ν : $r = \frac{p}{1 + e \cdot \cos \mathcal{G}}$, получаем систему уравнений связи координат РБ после второго включения МДУ и положения КА на целевой орбите в оскулирующих элементах:

$$\begin{cases} x_2 = \frac{P_u}{1 + e_u \cdot \cos \mathcal{G}_2} \cdot [\cos \Omega_u \cdot \cos(\omega_u + \mathcal{G}_2) - \cos i_u \cdot \sin \Omega_u \cdot \sin(\omega_u + \mathcal{G}_2)] \\ y_2 = \frac{P_u}{1 + e_u \cdot \cos \mathcal{G}_2} \cdot [\sin \Omega_u \cdot \cos(\omega_u + \mathcal{G}_2) - \cos i_u \cdot \cos \Omega_u \cdot \sin(\omega_u + \mathcal{G}_2)] \\ z_2 = \frac{P_u}{1 + e_u \cdot \cos \mathcal{G}_2} \cdot \sin i_u \cdot \sin(\omega_u + \mathcal{G}_2) \end{cases} \quad (11)$$

Величина скорости является функцией параметров орбиты в оскулирующих элементах и положения объекта на орбите и имеет вид [3]:

$$\begin{cases} V = \sqrt{\frac{\mu}{p} \cdot (1 + e^2 + 2 \cdot e \cdot \cos \mathcal{G})} \\ V_\tau = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \cdot (1 + e \cdot \cos \mathcal{G}) \\ V_r = \sqrt{\frac{\mu}{p}} \cdot e \cdot \sin \mathcal{G} \end{cases} \quad (12)$$

где:

V_τ – тангенциальная составляющая скорости;

V_r – радиальная составляющая скорости.

Разложим составляющие вектора скорости по осям абсолютной геоцентрической системы координат:

$$\begin{cases} \dot{x} = V_\tau \cdot [-\cos \Omega \cdot \sin(\omega + \mathcal{G}) - \cos i \cdot \sin \Omega \cdot \cos(\omega + \mathcal{G})] + \\ + V_r \cdot [\cos \Omega \cdot \cos(\omega + \mathcal{G}) - \cos i \cdot \sin \Omega \cdot \sin(\omega + \mathcal{G})] \\ \dot{y} = V_\tau \cdot [-\sin \Omega \cdot \sin(\omega + \mathcal{G}) - \cos i \cdot \cos \Omega \cdot \cos(\omega + \mathcal{G})] + \\ + V_r \cdot [\sin \Omega \cdot \cos(\omega + \mathcal{G}) - \cos i \cdot \cos \Omega \cdot \sin(\omega + \mathcal{G})] \\ \dot{z} = -V_\tau \sin i \cdot \cos(\omega + \mathcal{G}) + V_r \cdot \sin i \cdot \sin(\omega + \mathcal{G}) \end{cases} \quad (13)$$

Применив (13) и (12) для второго включения МДУ, получаем систему уравнений, связывающую положение КА на целевой орбите и составляющие скорости РБ после включения МДУ:

$$\begin{cases}
\dot{x} = \sqrt{\frac{\mu}{P_u}} \cdot (1 + e_u \cdot \cos \vartheta_2) \cdot [-\cos \Omega_u \cdot \sin(\omega_u + \vartheta_2) - \cos i_u \cdot \sin \Omega_u \cdot \cos(\omega_u + \vartheta_2)] + \\
+ \sqrt{\frac{\mu}{P_u}} \cdot e \cdot \sin \vartheta_2 \cdot [\cos \Omega_u \cdot \cos(\omega_u + \vartheta_2) - \cos i_u \cdot \sin \Omega_u \cdot \sin(\omega_u + \vartheta_2)] \\
\dot{y} = \sqrt{\frac{\mu}{P_u}} \cdot (1 + e \cdot \cos \vartheta_2) \cdot [-\sin \Omega_u \cdot \sin(\omega_u + \vartheta_2) - \cos i_u \cdot \cos \Omega_u \cdot \cos(\omega_u + \vartheta_2)] + \\
+ \sqrt{\frac{\mu}{P_u}} \cdot e \cdot \sin \vartheta_2 \cdot [\sin \Omega_u \cdot \cos(\omega_u + \vartheta_2) - \cos i_u \cdot \cos \Omega_u \cdot \sin(\omega_u + \vartheta_2)] \\
\dot{z} = -\sqrt{\frac{\mu}{P_u}} \cdot (1 + e \cdot \cos \vartheta_2) \cdot \sin i_u \cdot \cos(\omega_u + \vartheta_2) + \sqrt{\frac{\mu}{P_u}} \cdot e \cdot \sin \vartheta_2 \cdot \sin i_u \cdot \sin(\omega_u + \vartheta_2)
\end{cases} \quad (14)$$

Таким образом, имеем системы уравнений (8), (9), описывающие движение РБ с КА при совершении двухимпульсного маневра орбитального перехода с известной опорной на требуемую целевую и системы уравнений (11), (14), предъявляющих требования к вектору состояния РБ после второго включения МДУ. Решая задачу орбитального перехода, необходимо определить времена первого, второго включения, компоненты вектора управляющих воздействий и при необходимости произвести их установок в полетном задании. Полученные системы состоят из 12 уравнений при 14 неизвестных, в связи с чем имеют бесконечное множество решений и могут быть оптимизированы по суммарной характеристической скорости орбитального перехода, а следовательно, и по расходу топлива.

Подход, основанный на положении о формировании управляющего воздействия в целевом информационном пространстве отношений, позволяет оптимизировать управление с учетом решения главной целевой задачи – выведение КА на требуемую орбиту, и в тоже время учитывать негативные процессы – погрешность исходной орбиты. В информационном пространстве отношений СУ РБ функционирование системы выведения КА может быть представлено как изменение энтропии покрытия по результатам проведения динамических операций циклограммы запуска РКН (отделение РБ с КА от РН, первое и второе включение МДУ) и имеет вид:

$$H_n(R_0) \rightarrow H_n(R_1) \rightarrow H_n(R_2) \leq H_n(R_2)_{\max} \quad (15)$$

При этом СУ РБ по завершении каждой динамической операции в соответствии с алгоритмом функционирования (рис. 1) осуществляет оценку вектора состояния РБ $R = (x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$ на предъявляемые к его компонентам требования по точности.

В случае их соответствия управление последующим включением МДУ осуществляется по уставкам полетного задания, если компоненты вектора состояния не удовлетворяют предъявляемым к ним требованиям, осуществляется пересчет уставок полетного задания и управление включением МДУ осуществляется в соответствии с ними.

Последующая реализация управляющего воздействия в предметном пространстве приводит к рациональному расходованию ресурса.

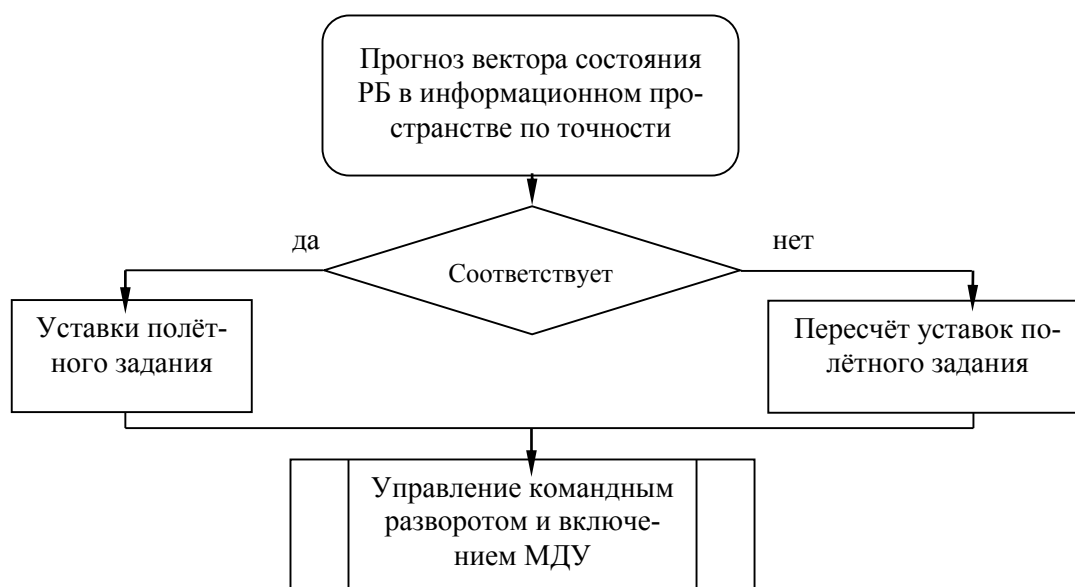


Рис. 1. Алгоритм функционирования СУ РБ

Общий вид целевого функционала и системы ограничений приводят задачу оптимального управления к вариационной задаче с ограничениями.

Определим целевой функционал с учетом импульсной аппроксимации орбитального перехода для первого и второго включения МДУ принимает вид:

а) для первого включения при условии минимизации суммарной характеристической скорости:

$$F = H_n(R_0) - H_n(R_2) + \int_{t_0}^{t_2} h_n(R, t) \cdot U(R, t) dt \rightarrow \min_{U_1+U_2} \quad (16)$$

б) для второго включения при условии минимизации характеристической скорости второго импульса орбитального перехода:

$$F = H_n(R_1) - H_n(R_2) + \int_{t_1}^{t_2} h_n(R, t) \cdot U(R, t) dt \rightarrow \min_{U_2} \quad (17)$$

Для решения задачи оптимального управления в информационном пространстве отношений необходимо преобразовать математическую модель движения РБ с КА (6) из предметной области в информационную. С учетом импульсной аппроксимации орбитального перехода и того, что энтропия покрытия является логарифмической величиной от компонентов векторов состояния и управляющих воздействий система уравнений (6) в информационном пространстве принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{d^2 H_{n/x}}{dt^2} = 2H_{n/x} - 3H_{n/y} - 3H_{n/z} + \sum_{i=1}^m U_x \\ \frac{d^2 H_{n/y}}{dt^2} = -3H_{n/x} + 2H_{n/y} - 3H_{n/z} + \sum_{i=1}^m U_y \\ \frac{d^2 H_{n/z}}{dt^2} = -3H_{n/x} - 3H_{n/y} + 2H_{n/z} + \sum_{i=1}^m U_z \end{cases} \quad (18)$$

Таким образом, система дифференциальных уравнений второго порядка с нелинейными правыми частями (6), описывающая маневр орбитального перехода, в информационном пространстве отношений СУ РБ преобразуется в систему дифференциальных уравнений второго порядка с линейными правыми частями (18) и описывает изменение энтропии покрытия компонентов вектора состояния РБ во времени в зависимости от энтропии покрытия вектора управляющих воздействий. В связи с устранением нелинейности правых частей полученная система дифференциальных уравнений (18) решается значительно проще исходной (6). В результате чего получили системы уравнений, описывающую динамику энтропии покрытия компонентов вектора состояния РБ с КА в интервалах между включением МДУ РБ:

а) на интервале времени $t_0 - t_1$:

$$\begin{aligned}
H_{n/x}(t) &= H_{n/x}(t_0) + \left[\begin{aligned} &H_{n/\dot{x}}(t_0) - (2H_{n/x}(t_0) - 3H_{n/y}(t_0) - 3H_{n/z}(t_0)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)}{6,763} \right)^2 \times \\ &\times \cos \left(\frac{6,763(t-t_0)}{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)} \right) \end{aligned} \right] \cdot (t-t_0) \\
H_{n/y}(t) &= H_{n/y}(t_0) + \left[\begin{aligned} &H_{n/\dot{y}}(t_0) - (2H_{n/y}(t_0) - 3H_{n/x}(t_0) - 3H_{n/z}(t_0)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)}{6,763} \right)^2 \times \\ &\times \cos \left(\frac{6,763(t-t_0)}{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)} \right) \end{aligned} \right] \cdot (t-t_0) \\
H_{n/z}(t) &= H_{n/z}(t_0) + \left[\begin{aligned} &H_{n/\dot{z}}(t_0) - (2H_{n/z}(t_0) - 3H_{n/x}(t_0) - 3H_{n/y}(t_0)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)}{6,763} \right)^2 \times \\ &\times \cos \left(\frac{6,763(t-t_0)}{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)} \right) \end{aligned} \right] \cdot (t-t_0)
\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
H_{n/\dot{x}}(t) &= H_{n/\dot{x}}(t_0) - (2H_{n/x}(t_0) - 3H_{n/y}(t_0) - 3H_{n/z}(t_0)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)}{6,763} \right) \times \\ &\times \sin \left(\frac{6,763(t-t_0)}{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)} \right) \\
H_{n/\dot{y}}(t) &= H_{n/\dot{y}}(t_0) - (2H_{n/y}(t_0) - 3H_{n/x}(t_0) - 3H_{n/z}(t_0)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)}{6,763} \right) \times \\ &\times \cos \left(\frac{6,763(t-t_0)}{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)} \right) \\
H_{n/\dot{z}}(t) &= H_{n/\dot{z}}(t_0) - (2H_{n/z}(t_0) - 3H_{n/y}(t_0) - 3H_{n/x}(t_0)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)}{6,763} \right) \times \\ &\times \sin \left(\frac{6,763(t-t_0)}{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)} \right)
\end{aligned} \tag{20}$$

б) на интервале времени $t_1 - t_2$:

$$\begin{aligned}
H_{n/x}(t) &= H_{n/x}(t_1) + \left[\begin{aligned} &H_{n/\dot{x}}(t_1) - (2H_{n/x}(t_1) - 3H_{n/y}(t_1) - 3H_{n/z}(t_1)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)}{6,763} \right)^2 \times \\ &\times \cos \left(\frac{6,763(t-t_1)}{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)} \right) \end{aligned} \right] \cdot (t-t_1) \\
H_{n/y}(t) &= H_{n/y}(t_1) + \left[\begin{aligned} &H_{n/\dot{y}}(t_1) - (2H_{n/y}(t_1) - 3H_{n/x}(t_1) - 3H_{n/z}(t_1)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)}{6,763} \right)^2 \times \\ &\times \cos \left(\frac{6,763(t-t_1)}{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)} \right) \end{aligned} \right] \cdot (t-t_1) \\
H_{n/z}(t) &= H_{n/z}(t_1) + \left[\begin{aligned} &H_{n/\dot{z}}(t_1) - (2H_{n/z}(t_1) - 3H_{n/x}(t_1) - 3H_{n/y}(t_1)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)}{6,763} \right)^2 \times \\ &\times \cos \left(\frac{6,763(t-t_1)}{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)} \right) \end{aligned} \right] \cdot (t-t_1)
\end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}
H_{n/\dot{x}}(t) &= H_{n/\dot{x}}(t_1) - (2H_{n/x}(t_1) - 3H_{n/y}(t_1) - 3H_{n/z}(t_1)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)}{6,763} \right) \times \\ &\times \sin \left(\frac{6,763(t-t_1)}{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)} \right) \\
H_{n/\dot{y}}(t) &= H_{n/\dot{y}}(t_1) - (2H_{n/y}(t_1) - 3H_{n/x}(t_1) - 3H_{n/z}(t_1)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)}{6,763} \right) \times \\ &\times \cos \left(\frac{6,763(t-t_1)}{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)} \right) \\
H_{n/\dot{z}}(t) &= H_{n/\dot{z}}(t_1) - (2H_{n/z}(t_1) - 3H_{n/y}(t_1) - 3H_{n/x}(t_1)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)}{6,763} \right) \times \\ &\times \sin \left(\frac{6,763(t-t_1)}{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)} \right)
\end{aligned} \tag{22}$$

Подынтегральные выражения целевого функционала для первого и второго включения МДУ содержат текущую энтропию покрытия компонентов вектора состояния РБ с КА, как вектор производных от условных энтропий покрытия компонентов:

$$h_n = \frac{dH_n}{dt}.$$

Производная от энтропии покрытия для компонентов вектора состояния определяется на основе систем дифференциальных уравнений (18), (19), (20), (21), (22), описывающих движение РБ и принимают вид:

$$\begin{aligned}
h_{n/x} &= H_{n/\dot{x}} \\
h_{n/y} &= H_{n/\dot{y}} \\
h_{n/z} &= H_{n/\dot{z}} \\
h_{n/\dot{x}} &= 2H_{n/x} - 3H_{n/y} - 3H_{n/z} \\
h_{n/\dot{y}} &= -3H_{n/x} + 2H_{n/y} - 3H_{n/z} \\
h_{n/\dot{z}} &= -3H_{n/x} - 3H_{n/y} + 2H_{n/z}
\end{aligned} \tag{23}$$

Уравнение ограничений для компонентов вектора состояния составляются на основе схемы выведения КА на целевую орбиту – первый импульс одновременно увеличивает скорость до достижения в апогее переходной орбиты расстояние r_2 целевой орбиты и поворачивает плоскость переходной орбиты на угол $\Delta i_2 = \Delta i - \Delta i_1$ и увеличивает скорость до скорости целевой орбиты. На этом основании уравнения ограничений для первого включения МДУ составляется на основе уравнений связи положения КА (x_2, y_2, z_2) и параметров целевой орбиты (11), а для второго на основе уравнений связи скорости КА $(\dot{x}_2, \dot{y}_2, \dot{z}_2)$ и параметров целевой орбиты (12). К параметрам целевой орбиты и положению КА на ней после второго включения предъявляются требования по точности в виде:

$$\left\{ \begin{aligned}
i_u &= i_u^{n3} \pm \delta i_u^{n3} \\
\Omega_u &= \Omega_u^{n3} \pm \delta \Omega_u^{n3} \\
\omega_u &= \omega_u^{n3} \pm \delta \omega_u^{n3} \\
p_u &= p_u^{n3} \pm \delta p_u^{n3} \\
e_u &= e_u^{n3} \pm \delta e_u^{n3} \\
\mathcal{G}_u &= \mathcal{G}_u^{n3} \pm \delta \mathcal{G}_u^{n3}
\end{aligned} \right. \tag{24}$$

С учётом требований (24) уравнения ограничений в информационном пространстве отношений СУ РБ принимают вид:

а) для первого включения на основе требований по точности:

$$\begin{aligned}
H_{n/x}(x_2)_{\max} &= \ln \frac{p_u \pm \delta p_u}{1 + (e_u \pm \delta e_u) \cdot (\cos(\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2))} \cdot \left[\cos(\Omega_u \pm \delta \Omega_u) \cdot \cos((\omega_u \pm \delta \omega_u) + (\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2)) - \right. \\
&\quad \left. - \cos(i_u \pm \delta i_u) \cdot \sin(\Omega_u \pm \delta \Omega_u) \cdot \sin((\omega_u \pm \delta \omega_u) + (\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2)) \right] - \\
&\quad - \ln \frac{p_u}{1 + e_u \cdot \cos \vartheta_2} \cdot [\cos \Omega_u \cdot \cos(\omega_u + \vartheta_2) - \cos i_u \cdot \sin \Omega_u \cdot \sin(\omega_u + \vartheta_2)] \\
H_{n/y}(y_2)_{\max} &= \ln \frac{p_u \pm \delta p_u}{1 + (e_u \pm \delta e_u) \cdot (\cos(\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2))} \cdot \left[\sin(\Omega_u \pm \delta \Omega_u) \cdot \cos((\omega_u \pm \delta \omega_u) + (\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2)) - \right. \\
&\quad \left. - \cos(i_u \pm \delta i_u) \cdot \cos(\Omega_u \pm \delta \Omega_u) \cdot \sin((\omega_u \pm \delta \omega_u) + (\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2)) \right] - \\
&\quad - \ln \frac{p_u}{1 + e_u \cdot \cos \vartheta_2} \cdot [\sin \Omega_u \cdot \cos(\omega_u + \vartheta_2) - \cos i_u \cdot \cos \Omega_u \cdot \sin(\omega_u + \vartheta_2)] \\
H_{n/z}(z_2)_{\max} &= \ln \frac{p_u \pm \delta p_u}{1 + (e_u \pm \delta e_u) \cdot (\cos(\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2))} \cdot [\sin(i_u \pm \delta i_u) \cdot \sin((\omega_u \pm \delta \omega_u) + (\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2))] - \\
&\quad - \ln \frac{p_u}{1 + e_u \cdot \cos \vartheta_2} \cdot [\sin i_u \cdot \sin(\omega_u + \vartheta_2)]
\end{aligned} \tag{25}$$

уравнения ограничений принимают вид:

$$\begin{aligned}
|H_{n/x}(t_2)| &\leq H_{n/x}(x_2)_{\max} \\
|H_{n/y}(t_2)| &\leq H_{n/y}(y_2)_{\max} \\
|H_{n/z}(t_2)| &\leq H_{n/z}(z_2)_{\max}
\end{aligned} \tag{26}$$

б) для второго включения на основе требований по точности (25):

$$\begin{aligned}
H_{n/\dot{x}}(\dot{x})_{\max} &= \ln \left[\sqrt{\frac{\mu}{p_u \pm \delta p_u}} \cdot (1 + (e_u \pm \delta e_u) \cdot \cos(\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2)) \left[\begin{aligned} & - \cos(\Omega_u \pm \delta \Omega_u) \cdot \sin((\omega_u \pm \delta \omega_u) + (\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2)) - \\ & - \cos(i_u \pm \delta i_u) \cdot \sin(\Omega_u \pm \delta \Omega_u) \times \\ & \times \cos((\omega_u \pm \delta \omega_u) + (\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2)) \end{aligned} \right] + \right. \\
&\quad \left. + \sqrt{\frac{\mu}{p_u}} \cdot (e_u \pm \delta e_u) \cdot \sin(\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2) \cdot \left[\begin{aligned} & - \cos(\Omega_u \pm \delta \Omega_u) \cdot \cos((\omega_u \pm \delta \omega_u) + (\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2)) - \\ & - \cos(i_u \pm \delta i_u) \cdot \sin(\Omega_u \pm \delta \Omega_u) \cdot \sin((\omega_u \pm \delta \omega_u) + (\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2)) \end{aligned} \right] \right] - \\
&\quad - \ln \left[\sqrt{\frac{\mu}{p_u}} \cdot (1 + e_u \cdot \cos \vartheta_2) \cdot [-\cos \Omega_u \cdot \sin(\omega_u + \vartheta_2) - \cos i_u \cdot \sin \Omega_u \cdot \cos(\omega_u + \vartheta_2)] + \right. \\
&\quad \left. + \sqrt{\frac{\mu}{p_u}} \cdot e_u \cdot \sin \vartheta_2 [\cos \Omega_u \cdot \cos(\omega_u + \vartheta_2) - \cos i_u \cdot \sin \Omega_u \cdot \sin(\omega_u + \vartheta_2)] \right]
\end{aligned}$$

(27)

$$\begin{aligned}
H_{n/\dot{y}}(\dot{y})_{\max} = & \ln \left[\sqrt{\frac{\mu}{p_u \pm \delta p_u}} \cdot (1 + (e_u \pm \delta e_u) \cdot \cos(\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2)) \left[\begin{aligned} & -\sin(\Omega_u \pm \delta \Omega_u) \cdot \sin((\omega_u \pm \delta \omega_u) + (\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2)) - \\ & -\cos(i_u \pm \delta i_u) \cdot \cos(\Omega_u \pm \delta \Omega_u) \times \\ & \times \cos((\omega_u \pm \delta \omega_u) + (\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2)) \end{aligned} \right] + \right. \\
& \left. + \sqrt{\frac{\mu}{p_u}} \cdot (e_u \pm \delta e_u) \cdot \sin(\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2) \cdot \left[\begin{aligned} & -\cos(\Omega_u \pm \delta \Omega_u) \cdot \cos((\omega_u \pm \delta \omega_u) + (\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2)) - \\ & -\cos(i_u \pm \delta i_u) \cdot \cos(\Omega_u \pm \delta \Omega_u) \cdot \sin((\omega_u \pm \delta \omega_u) + (\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2)) \end{aligned} \right] \right] \\
- \ln & \left[\sqrt{\frac{\mu}{p_u}} \cdot (1 + e_u \cdot \cos \vartheta_2) \cdot \left[-\sin \Omega_u \cdot \sin(\omega_u + \vartheta_2) - \cos i_u \cdot \cos \Omega_u \cdot \cos(\omega_u + \vartheta_2) \right] + \right. \\
& \left. + \sqrt{\frac{\mu}{p_u}} \cdot e_u \cdot \sin \vartheta_2 \left[\cos \Omega_u \cdot \cos(\omega_u + \vartheta_2) - \cos i_u \cdot \cos \Omega_u \cdot \sin(\omega_u + \vartheta_2) \right] \right]
\end{aligned}$$

(28)

$$\begin{aligned}
H_{n/\dot{z}}(\dot{z})_{\max} = & \ln \left[\sqrt{\frac{\mu}{p_u \pm \delta p_u}} \cdot (1 + (e_u \pm \delta e_u) \cdot \cos(\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2)) \cdot \left[\sin(i_u \pm \delta i_u) \cdot \cos((\omega_u \pm \delta \omega_u) + (\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2)) \right] + \right. \\
& \left. + \sqrt{\frac{\mu}{p_u}} \cdot (e_u \pm \delta e_u) \cdot \sin(\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2) \cdot \left[\sin(i_u \pm \delta i_u) \cdot \sin((\omega_u \pm \delta \omega_u) + (\vartheta_2 \pm \delta \vartheta_2)) \right] \right] \\
- \ln & \left[\sqrt{\frac{\mu}{p_u}} \cdot (1 + e_u \cdot \cos \vartheta_2) \cdot \left[\sin i_u \cdot \cos(\omega_u + \vartheta_2) \right] + \sqrt{\frac{\mu}{p_u}} \cdot e_u \cdot \sin \vartheta_2 \left[\sin i_u \cdot \sin(\omega_u + \vartheta_2) \right] \right]
\end{aligned}$$

(29)

уравнения ограничений имеют вид:

$$\begin{aligned}
|H_{n/\dot{x}}(t_2)| & \leq H_{n/\dot{x}}(\dot{x}_2)_{\max} \\
|H_{n/\dot{y}}(t_2)| & \leq H_{n/\dot{y}}(\dot{y}_2)_{\max} \\
|H_{n/\dot{z}}(t_2)| & \leq H_{n/\dot{z}}(\dot{z}_2)_{\max}
\end{aligned}
\tag{30}$$

Таким образом, мы получили математическую модель динамики энтропии покрытия компонентов вектора состояния РБ в информационном пространстве, уравнения ограничений и целевой функционал, приводящий к минимуму суммарную величину энтропии покрытия вектора характеристической скорости. На этом поста-

новка задачи оптимального управления в информационном пространстве завершена.

Решим задачу оптимального управления РБ для случая выведения КА на круговой орбите, скорость движения которого в направлении запад-восток совпадает с плоскостью земного экватора, а период равен земным суткам $T_3 = 86164$ с. Параметры целевой орбиты описаны выше.

КА с РБ выводится ракетой-носителем на низкую опорную орбиту. Наклонение этой орбиты должно быть минимально возможным. Для запусков с территории Российской Федерации это наклонение составляет величину порядка 51° .

На основании параметров целевой орбиты:

$$i_u = 00.02.00^{+00.06.00}$$

$$\Omega_u = 00.00.00$$

$$\omega_u = 00.00.00$$

$$e_u = 0.00116^{+0.0035}$$

$$p_u = 42050$$

$$\mathcal{G}_u = 30.00.00^{+00.06.00}$$

Определим требования по точности (24), (26) выведения КА в информационном пространстве:

– параметры орбиты:

$$i = 2 \cdot \frac{\pi}{180 \cdot 60}, \quad i_1 = i + 6 \cdot \frac{\pi}{180 \cdot 60}, \quad \mathcal{G} = 30 \cdot \frac{\pi}{180}, \quad \mathcal{G}_1 = \mathcal{G} + 6 \cdot \frac{\pi}{180 \cdot 60}$$

$$e = 0.00116, \quad e_1 = e + 0.0035, \quad p = 42050000, \quad p_1 = p + 200000$$

$$\omega = 0, \quad \Omega = 0, \quad \mu = 398600$$

– требования по точности выведения в информационном пространстве:

$$Hn_{x2} \max = 7.159 \times 10^{-4}$$

$$Hn_{y2} \max = 4.74 \times 10^{-3}$$

$$Hn_{z2} \max = 1.391$$

$$Hn_{Vx2} \max = 6.444 \times 10^{-4}$$

$$Hn_{Vy2} \max = 6.486 \times 10^{-4}$$

$$Hn_{Vz2} \max = 1.387$$

На основании целевого функционала (16), (17) и уравнений ограничений (26), (30) строим систему алгебраических уравнений для первого включения МДУ (31):

$$H_{n/\dot{x}}(t) = H_{n/\dot{x}}(t_0) - (2H_{n/x}(t_0) - 3H_{n/y}(t_0) - 3H_{n/z}(t_0)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)}{6,763} \right) \times \\ \times \sin \left(\frac{6,763(t-t_0)}{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)} \right) + H_{n/\Delta\dot{x}1}$$

$$H_{n/\dot{y}}(t) = H_{n/\dot{y}}(t_0) - (2H_{n/y}(t_0) - 3H_{n/x}(t_0) - 3H_{n/z}(t_0)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)}{6,763} \right) \times \\ \times \cos \left(\frac{6,763(t-t_0)}{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)} \right) + H_{n/\Delta\dot{y}1}$$

$$H_{n/\dot{z}}(t) = H_{n/\dot{z}}(t_0) - (2H_{n/z}(t_0) - 3H_{n/y}(t_0) - 3H_{n/x}(t_0)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)}{6,763} \right) \times \\ \times \sin \left(\frac{6,763(t-t_0)}{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)} \right) + H_{n/\Delta\dot{z}1}$$

$$H_{n/x}(t_1) = H_{n/x}(t_0) + \left[\begin{array}{l} H_{n/\dot{x}}(t_0) - (2H_{n/x}(t_0) - 3H_{n/y}(t_0) - 3H_{n/z}(t_0)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)}{6,763} \right)^2 \times \\ \times \cos \left(\frac{6,763(t_1-t_0)}{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)} \right) \end{array} \right] \cdot (t_1 - t_0)$$

$$H_{n/y}(t_1) = H_{n/y}(t_0) + \left[\begin{array}{l} H_{n/\dot{y}}(t_0) - (2H_{n/y}(t_0) - 3H_{n/x}(t_0) - 3H_{n/z}(t_0)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)}{6,763} \right)^2 \times \\ \times \cos \left(\frac{6,763(t_1-t_0)}{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)} \right) \end{array} \right] \cdot (t_1 - t_0)$$

$$H_{n/z}(t_1) = H_{n/z}(t_0) + \left[\begin{array}{l} H_{n/\dot{z}}(t_0) - (2H_{n/z}(t_0) - 3H_{n/y}(t_0) - 3H_{n/x}(t_0)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)}{6,763} \right)^2 \times \\ \times \cos \left(\frac{6,763(t_1-t_0)}{H_{n/\dot{x}}(t_0) + H_{n/\dot{y}}(t_0) + H_{n/\dot{z}}(t_0)} \right) \end{array} \right] \cdot (t_1 - t_0)$$

$$\begin{aligned}
F_{\dot{x}} &= H_{n/\dot{x}}(t_1) - (2H_{n/x}(t_1) - 3H_{n/y}(t_1) - 3H_{n/z}(t_1)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)}{6,763} \right) \times \\
&\quad \times \sin \left(\frac{6,763(t_2 - t_1)}{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)} \right) + H_{n/\Delta\dot{x}2} \leq H_{n/\dot{x}}(t_2)_{\max} \\
F_{\dot{y}} &= H_{n/\dot{y}}(t_1) - (2H_{n/y}(t_1) - 3H_{n/x}(t_1) - 3H_{n/z}(t_1)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)}{6,763} \right) \times \\
&\quad \times \cos \left(\frac{6,763(t_2 - t_1)}{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)} \right) + H_{n/\Delta\dot{y}2} \leq H_{n/\dot{y}}(t_2)_{\max} \\
F_{\dot{z}} &= H_{n/\dot{z}}(t_1) - (2H_{n/z}(t_1) - 3H_{n/y}(t_1) - 3H_{n/x}(t_1)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)}{6,763} \right) \times \\
&\quad \times \sin \left(\frac{6,763(t_2 - t_1)}{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)} \right) + H_{n/\Delta\dot{z}2} \leq H_{n/\dot{z}}(t_2)_{\max} \\
F_x &= H_{n/x}(t_1) + \left[\begin{array}{l} H_{n/\dot{x}}(t_1) - (2H_{n/x}(t_1) - 3H_{n/y}(t_1) - 3H_{n/z}(t_1)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)}{6,763} \right)^2 \times \\ \times \cos \left(\frac{6,763(t_2 - t_1)}{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)} \right) \end{array} \right] \cdot (t_2 - t_1) \leq H_{n/x}(t_2)_{\max} \\
F_y &= H_{n/y}(t_0) + \left[\begin{array}{l} H_{n/\dot{y}}(t_1) - (2H_{n/y}(t_1) - 3H_{n/x}(t_1) - 3H_{n/z}(t_1)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)}{6,763} \right)^2 \times \\ \times \cos \left(\frac{6,763(t_2 - t_1)}{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)} \right) \end{array} \right] \cdot (t_2 - t_1) \leq H_{n/y}(t_2)_{\max} \\
F_z &= H_{n/z}(t_0) + \left[\begin{array}{l} H_{n/\dot{z}}(t_1) - (2H_{n/z}(t_1) - 3H_{n/x}(t_1) - 3H_{n/y}(t_1)) \cdot \left(\frac{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)}{6,763} \right)^2 \times \\ \times \cos \left(\frac{6,763(t_2 - t_1)}{H_{n/\dot{x}}(t_1) + H_{n/\dot{y}}(t_1) + H_{n/\dot{z}}(t_1)} \right) \end{array} \right] \cdot (t_2 - t_1) \leq H_{n/z}(t_2)_{\max}
\end{aligned}$$

Оптимизационное решение полученной системы алгебраических уравнений (27), минимизирующее энтропию покрытия компонентов вектора управляющих воздействий, с использованием языка версии системы визуального объектно-ориентированного программирования С++, штатных начальных условиях (погрешностях) выведения РБ с КА (величинах компонентов вектора состояния после отделения РБ от РН):

– параметры опорной орбиты:

$$i_0 = 51 \cdot \frac{\pi}{180}, \quad \Omega_0 = 45 \cdot \frac{\pi}{180}, \quad e_0 = 0.00243,$$

$$p_0 = 6581700, \quad \omega_0 = 0, \quad \vartheta_0 = 50 \cdot \frac{\pi}{180}$$

– энтропия покрытия компонентов вектора состояния РБ с КА по отделении от РН, t_0 :

$$H_{x0} = 3.886, \quad H_{0Vx} = 1.433$$

$$H_{y0} = 1.482, \quad H_{0Vy} = 0.882$$

$$H_{z0} = 5.769, \quad H_{0Vz} = 7.829$$

позволяет получить энтропию покрытия компонентов вектора оптимального управляющего воздействия при первом и втором включении МДУ:

$$H_{n\Delta Vx1} = 0.201, \quad H_{n\Delta Vx2} = 0.122$$

$$H_{n\Delta Vy1} = 0.221, \quad H_{n\Delta Vy2} = 0.193$$

$$H_{n\Delta Vz1} = 0.324, \quad H_{n\Delta Vz2} = 0.298$$

и динамику энтропии покрытия (таблица 2) компонентов вектора состояния РБ с КА при двухимпульсном манёвре орбитального перехода с опорной орбиты на целевую:

На рисунках 2, 3, 4 приведена ситуация нормального функционирования СУ РБ, при которой погрешности компонентов вектора состояния РБ с КА после отделения от РН соответствуют требованиям по точности. Энтропия покрытия Нп всей системы падает до нуля в соответствии с целевым функционалом до истечения предельного времени функционирования и обеспечивает выполнение требований по точности выведения КА на целевую орбиту.

Исследование функционирования системы управления РБ на этапе выработки оптимального управляющего воздействия в условиях погрешности выведения РБ с КА РН с использованием языка версии системы визуального объектно-ориентированного программирования C++.

Графики функционирования системы управления РБ отрабатывались с использованием стандартных графических редакторов в среде Windows. В процессе исследования проведены расчеты зависимости энтропии вектора управляющих воздействий от энтропии покрытия вектора состояния РБ с КА в начальный момент времени t_0 , в условиях их отклонения от заложенных в полетном задании БЦВМ СУ РБ в диапазоне $\pm 10\%$. Результаты расчетов приведены в таблицах 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Динамика энтропии покрытия

| t | H_{nx} | H_{ny} | H_{nz} | H_{nvx} | H_{nvy} | H_{nvz} |
|-----|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| 0 | 3.886 | 1.482 | 5.769 | 1.433 | 0.882 | 7.829 |
| 0.2 | 3.945 | 1.469 | 4.857 | 1.95 | 1.079 | 7.062 |
| 0.4 | 4.011 | 1.46 | 3.939 | 2.457 | 1.273 | 6.309 |
| 0.6 | 4.091 | 1.466 | 3.006 | 2.946 | 1.459 | 5.582 |
| 0.8 | 4.091 | 1.493 | 2.053 | 3.409 | 1.635 | 4.896 |
| 1 | 4.317 | 1.546 | 1.074 | 3.86 | 1.798 | 4.262 |
| 1.2 | 4.475 | 1.63 | 0.063 | 4.221 | 1.945 | 3.691 |
| 1.6 | 4.468 | 1.63 | 0.063 | 3.661 | 2.166 | 4.015 |
| 2 | 4.112 | 1.496 | 0.186 | 3.701 | 1.979 | 3.674 |
| 2.4 | 3.75 | 1.362 | 0.288 | 3.341 | 1.792 | 3.334 |
| 2.8 | 3.388 | 1.226 | 0.369 | 2.983 | 1.605 | 2.995 |
| 3.2 | 3.031 | 1.096 | 0.428 | 2.627 | 1.419 | 2.657 |
| 3.6 | 2.674 | 0.965 | 0.466 | 2.272 | 1.234 | 2.321 |
| 4 | 2.322 | 0.836 | 0.482 | 1.92 | 1.05 | 1.986 |
| 4.4 | 1.973 | 0.708 | 0.477 | 1.57 | 0.867 | 1.654 |
| 4.8 | 1.629 | 0.583 | 0.451 | 1.224 | 0.686 | 1.324 |
| 5.2 | 1.29 | 0.46 | 0.404 | 0.881 | 0.506 | 0.997 |
| 5.6 | 0.957 | 0.34 | 0.335 | 0.543 | 0.328 | 0.674 |
| 6 | 0.631 | 0.223 | 0.245 | 0.208 | 0.152 | 0.354 |
| 6.4 | 0.311 | 0.11 | 0.133 | 0.122 | 0.021 | 0.038 |
| 6.8 | 0.000008 | 0.000009 | 0.00014 | 0.00026 | 0.00031 | 0.0025 |

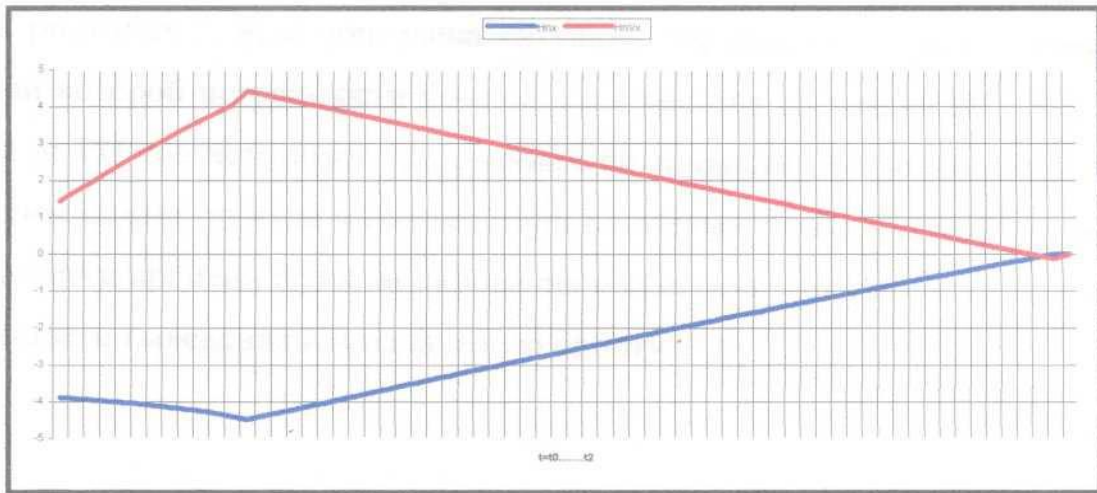


Рис. 2. Динамика энтропии покрытия компонентов вектора состояния РБ КА по оси x

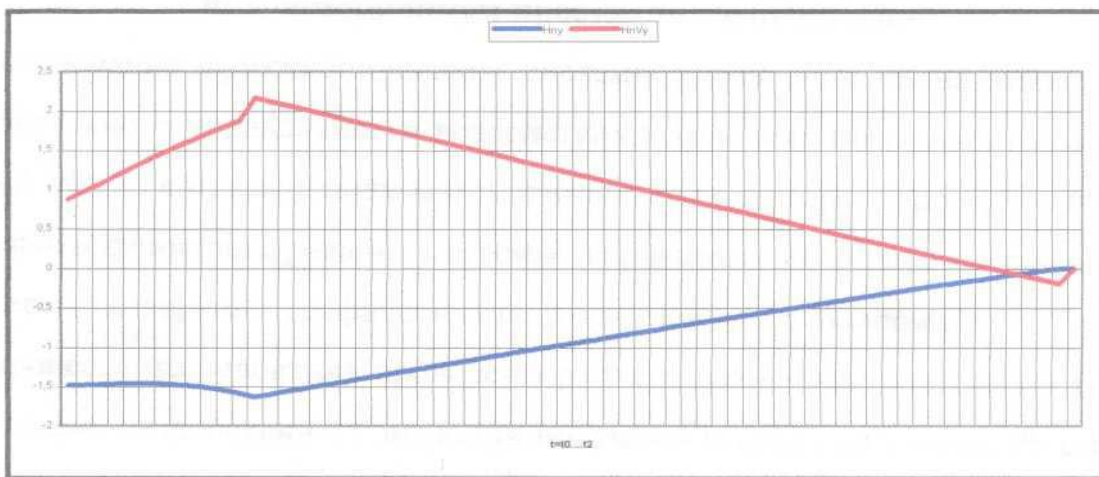


Рис. 3 Динамика энтропии покрытия компонентов вектора состояния РБ КА по оси y

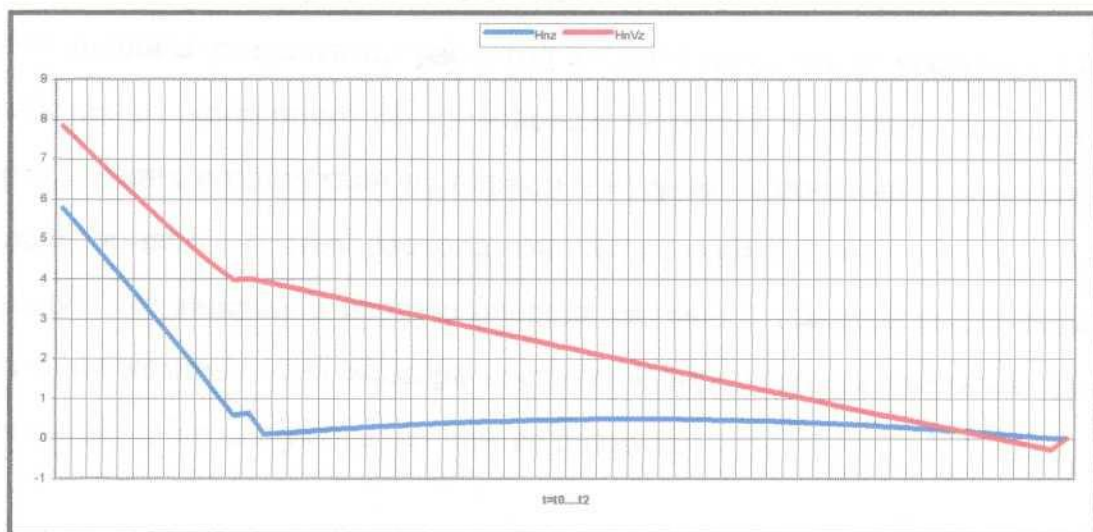


Рис. 4 Динамика энтропии покрытия компонентов вектора состояния РБ КА по оси z

Таблица 3

Зависимость энтропии покрытия вектора
управляющих воздействий от $Hx(t_0)$

| $Hn\Delta Vx1$ | $Hn\Delta Vy1$ | $Hn\Delta Vz1$ | $Hn\Delta Vx2$ | $Hn\Delta Vy2$ | $Hn\Delta Vz2$ | $Hn\Delta V\Sigma$ |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------|
| 0.42 | 0.104 | 0.593 | 0.083 | 0.67 | 0.307 | 0.301 |
| 0.376 | 0.039 | 0.54 | 0.042 | 0.575 | 0.304 | 0.286 |
| 0.332 | 0.026 | 0.486 | 0.0007 | 0.479 | 0.303 | 0.271 |
| 0.288 | 0.091 | 0.433 | 0.041 | 0.384 | 0.3 | 0.256 |
| 0.245 | 0.156 | 0.379 | 0.081 | 0.289 | 0.299 | 0.242 |
| 0.201 | 0.221 | 0.324 | 0.122 | 0.193 | 0.298 | 0.227 |
| 0.157 | 0.285 | 0.272 | 0.164 | 0.099 | 0.295 | 0.212 |
| 0.113 | 0.35 | 0.219 | 0.205 | 0.037 | 0.292 | 0.197 |
| 0.07 | 0.415 | 0.165 | 0.245 | 0.092 | 0.291 | 0.182 |
| 0.026 | 0.48 | 0.112 | 0.286 | 0.187 | 0.289 | 0.168 |
| 0.018 | 0.545 | 0.326 | 0.328 | 0.282 | 0.019 | 0.153 |

Таблица 4

Зависимость энтропии покрытия вектора
управляющих воздействий от $Hу(t_0)$

| $Hn\Delta Vx1$ | $Hn\Delta Vy1$ | $Hn\Delta Vz1$ | $Hn\Delta Vx2$ | $Hn\Delta Vy2$ | $Hn\Delta Vz2$ | $Hn\Delta V\Sigma$ |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------|
| 0.077 | 0.646 | 0.428 | 0.358 | 0.28 | 0.03 | 0.255 |
| 0.102 | 0.561 | 0.407 | 0.31 | 0.185 | 0.3 | 0.249 |
| 0.127 | 0.476 | 0.387 | 0.263 | 0.091 | 0.299 | 0.243 |
| 0.151 | 0.391 | 0.367 | 0.217 | 0.04 | 0.298 | 0.238 |
| 0.176 | 0.306 | 0.346 | 0.17 | 0.099 | 0.298 | 0.233 |
| 0.201 | 0.221 | 0.324 | 0.122 | 0.193 | 0.298 | 0.227 |
| 0.226 | 0.221 | 0.305 | 0.075 | 0.289 | 0.296 | 0.221 |
| 0.25 | 0.135 | 0.285 | 0.029 | 0.384 | 0.292 | 0.215 |
| 0.275 | 0.05 | 0.264 | 0.019 | 0.478 | 0.295 | 0.21 |
| 0.3 | 0.12 | 0.224 | 0.066 | 0.573 | 0.314 | 0.204 |
| 0.325 | 0.205 | 0.224 | 0.113 | 0.668 | 0.293 | 0.201 |

Таблица 5

Зависимость энтропии покрытия вектора
управляющих воздействий от $Hz(t_0)$

| $Hn\Delta Vx1$ | $Hn\Delta Vy1$ | $Hn\Delta Vz1$ | $Hn\Delta Vx2$ | $Hn\Delta Vy2$ | $Hn\Delta Vz2$ | $Hn\Delta V\Sigma$ |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------|
| 0.077 | 0.646 | 0.428 | 0.358 | 0.28 | 0.03 | 0.255 |
| 0.102 | 0.561 | 0.407 | 0.31 | 0.185 | 0.3 | 0.249 |
| 0.127 | 0.476 | 0.387 | 0.263 | 0.091 | 0.299 | 0.243 |
| 0.151 | 0.391 | 0.367 | 0.217 | 0.04 | 0.298 | 0.238 |
| 0.176 | 0.306 | 0.346 | 0.17 | 0.099 | 0.298 | 0.233 |
| 0.201 | 0.221 | 0.324 | 0.122 | 0.193 | 0.298 | 0.227 |
| 0.226 | 0.221 | 0.305 | 0.075 | 0.289 | 0.296 | 0.221 |
| 0.25 | 0.135 | 0.285 | 0.029 | 0.384 | 0.292 | 0.215 |
| 0.275 | 0.05 | 0.264 | 0.019 | 0.478 | 0.295 | 0.21 |
| 0.3 | 0.12 | 0.224 | 0.066 | 0.573 | 0.314 | 0.204 |
| 0.325 | 0.205 | 0.224 | 0.113 | 0.668 | 0.293 | 0.201 |

Таблица 6

Зависимость энтропии покрытия вектора
управляющих воздействий от $HV_x(t_0)$

| $H_n\Delta V_{x1}$ | $H_n\Delta V_{y1}$ | $H_n\Delta V_{z1}$ | $H_n\Delta V_{x2}$ | $H_n\Delta V_{y2}$ | $H_n\Delta V_{z2}$ | $H_n\Delta V_{\Sigma}$ |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|------------------------|
| 0.197 | 0.316 | 0.247 | 0.183 | 0.054 | 0.294 | 0.215 |
| 0.198 | 0.297 | 0.263 | 0.171 | 0.082 | 0.294 | 0.217 |
| 0.199 | 0.278 | 0.278 | 0.158 | 0.109 | 0.295 | 0.22 |
| 0.199 | 0.259 | 0.294 | 0.147 | 0.137 | 0.296 | 0.222 |
| 0.2 | 0.24 | 0.31 | 0.135 | 0.165 | 0.296 | 0.224 |
| 0.201 | 0.221 | 0.324 | 0.122 | 0.193 | 0.297 | 0.227 |
| 0.202 | 0.201 | 0.342 | 0.11 | 0.222 | 0.297 | 0.229 |
| 0.202 | 0.182 | 0.357 | 0.098 | 0.25 | 0.298 | 0.231 |
| 0.203 | 0.163 | 0.373 | 0.086 | 0.278 | 0.299 | 0.234 |
| 0.204 | 0.144 | 0.389 | 0.074 | 0.306 | 0.299 | 0.236 |
| 0.204 | 0.125 | 0.409 | 0.062 | 0.334 | 0.295 | 0.238 |

Таблица 7

Зависимость энтропии покрытия вектора
управляющих воздействий от $HV_y(t_0)$

| $H_n\Delta V_{x1}$ | $H_n\Delta V_{y1}$ | $H_n\Delta V_{z1}$ | $H_n\Delta V_{x2}$ | $H_n\Delta V_{y2}$ | $H_n\Delta V_{z2}$ | $H_n\Delta V_{\Sigma}$ |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|------------------------|
| 0.26 | 0.056 | 0.277 | 0.01 | 0.419 | 0.295 | 0.219 |
| 0.248 | 0.089 | 0.287 | 0.033 | 0.374 | 0.295 | 0.221 |
| 0.236 | 0.122 | 0.297 | 0.055 | 0.329 | 0.295 | 0.222 |
| 0.224 | 0.155 | 0.306 | 0.078 | 0.284 | 0.296 | 0.224 |
| 0.213 | 0.188 | 0.316 | 0.1 | 0.238 | 0.296 | 0.225 |
| 0.201 | 0.221 | 0.324 | 0.122 | 0.193 | 0.297 | 0.227 |
| 0.189 | 0.254 | 0.335 | 0.145 | 0.148 | 0.298 | 0.228 |
| 0.177 | 0.287 | 0.345 | 0.167 | 0.103 | 0.298 | 0.23 |
| 0.165 | 0.32 | 0.355 | 0.19 | 0.058 | 0.298 | 0.231 |
| 0.154 | 0.353 | 0.365 | 0.212 | 0.013 | 0.298 | 0.233 |
| 0.142 | 0.386 | 0.374 | 0.234 | 0.032 | 0.299 | 0.234 |

Таблица 8

Зависимость энтропии покрытия вектора
управляющих воздействий от $HV_z(t_0)$

| $H_n\Delta V_{x1}$ | $H_n\Delta V_{y1}$ | $H_n\Delta V_{z1}$ | $H_n\Delta V_{x2}$ | $H_n\Delta V_{y2}$ | $H_n\Delta V_{z2}$ | $H_n\Delta V_{\Sigma}$ |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|------------------------|
| 0.724 | 0.744 | 0.768 | 0.872 | 0.574 | 1.726 | 0.163 |
| 0.619 | 0.639 | 0.549 | 0.673 | 0.42 | 1.44 | 0.173 |
| 0.515 | 0.534 | 0.331 | 0.474 | 0.266 | 1.155 | 0.189 |
| 0.41 | 0.43 | 0.112 | 0.275 | 0.133 | 0.869 | 0.202 |
| 0.0305 | 0.325 | 0.107 | 0.076 | 0.04 | 0.583 | 0.214 |
| 0.201 | 0.221 | 0.324 | 0.122 | 0.193 | 0.297 | 0.227 |
| 0.096 | 0.116 | 0.545 | 0.321 | 0.347 | 0.01 | 0.239 |
| 0.008 | 0.011 | 0.763 | 0.52 | 0.501 | 0.275 | 0.252 |
| 0.113 | 0.093 | 0.982 | 0.712 | 0.654 | 0.561 | 0.264 |
| 0.218 | 0.198 | 1.201 | 0.918 | 0.808 | 0.847 | 0.277 |
| 0.322 | 0.302 | 1.42 | 1.116 | 0.961 | 1.133 | 0.29 |

В ходе анализа результатов расчетов установлено, что с увеличением энтропии покрытия от координат РБ суммарная энтропия покрытия компонентов вектора управляющих воздействий на первом и втором включении возрастает, что в свою очередь связано с ростом расхода топлива на орбитальный переход в предметной области. Это явление в первую очередь связано с тем, что увеличение энтропии покрытия компонентов вектора состояния определяется увеличением наклона опорной орбиты и уменьшением ее радиуса.

Наиболее существенное влияние на энтропию покрытия вектора управляющих воздействий оказывает энтропия покрытия от z , в наибольшей степени зависящей от наклона опорной орбиты, а как известно наибольшие затраты характеристической скорости маневра орбитального перехода приходятся именно на поворот плоскости орбиты.

Таким образом, проведена постановка задачи выработки оптимального управляющего воздействия в информационной области отношений, ее приближенное решение на основе энтропийного подхода при выведении КА на геостационарную орбиту и анализ функционирования системы управления в условиях погрешностей выведения РН. Это позволяет сделать следующие выводы:

- применение энтропийного подхода позволяет корректно сформулировать задачу оптимального управления в информационном пространстве отношений СУ РБ;
- декомпозиция целевого функционала для всей системы управления на отдельные целевые функционалы для ее элементов в сочетании с энтропийным подходом упрощает решение задачи за счет устранения нелинейностей в системе дифференциальных уравнений динамики энтропии покрытия;
- с увеличением энтропии покрытия от координат РБ суммарная энтропия покрытия компонентов вектора управляющих воздействий на первом и втором включении возрастает, что в свою очередь связано с ростом расхода топлива на орбитальный переход в предметной области;
- наиболее существенное влияние на энтропию покрытия вектора управляющих воздействий оказывает энтропия покрытия от z , в наибольшей степени зависящей от наклона опорной орбиты.

Литература

1. Сухов А.В. Динамика информационных потоков в системе управления сложным техническим комплексом // Теория и системы управления, 2000. – № 4. – С. 111-120.
2. Небылов А.В. Гарантирование точности управления. – М.: Наука, Физматлит, 1998. – 304 с.
3. Иванов Н.М. Баллистика и навигация космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1986. – 296 с.
4. Бурый А.С., Сухов А.В. Оптимальное управление сложным техническим комплексом в информационном пространстве // Автоматика и телемеханика, 2002. – № 7. – С. 25-37.

© П.А. Сухов, 2012